



Transferts d'eau et de soluté dans les sols non-saturés : mesures et simulation

Jean Paul Gaudet

► To cite this version:

Jean Paul Gaudet. Transferts d'eau et de soluté dans les sols non-saturés : mesures et simulation. Milieux fluides et réactifs. Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1978. Français. NNT : . tel-00687163

HAL Id: tel-00687163

<https://theses.hal.science/tel-00687163>

Submitted on 12 Apr 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE
ET
L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'ÉTAT ÈS - SCIENCES PHYSIQUES

par

Jean-Paul GAUDET

SUJET

**Transferts d'eau et de soluté
dans les sols non-saturés
Mesures et simulation**

Soutenue le 25 Janvier 1978 devant la Commission d'Examen

M. G. LESPINARD

Président

M. J. VILLERMAUX

M. T. DRACOS

Examineurs

M. R. MOREAU

M. L. SANTON

Invité

M. G. VACHAUD

Rapporteur

A mes parents

A Claudine, Patrick et Magali

AVANT - PROPOS

Les recherches qui font l'objet de ce mémoire ont été accomplies au sein du groupe Hydrologie de l'Institut de Mécanique de Grenoble.

Monsieur le Professeur G. LESPINARD m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'adresse mes remerciements à Monsieur J. VILLERMAUX, Professeur à Nancy, pour sa participation au jury et je lui suis très reconnaissant de m'avoir fait bénéficier de sa grande connaissance des transferts.

Monsieur Th. DRACOS, Professeur à Zurich a bien voulu s'intéresser à mes travaux et accepter de participer à ce jury, je l'en remercie très vivement.

Monsieur le Professeur R. MOREAU a suivi avec un intérêt constant, les progrès de nos travaux, depuis les premiers résultats expérimentaux. Je le remercie très sincèrement.

J'ai l'agréable devoir d'exprimer mon amicale reconnaissance à G. VACHAUD, Maître de recherche au C.N.R.S. , Responsable du Groupe Hydrologie, pour la confiance dont il a toujours fait preuve à mon égard. Il a su mettre à ma disposition tous les éléments nécessaires au déroulement des recherches et m'a fait profiter largement de sa grande expérience.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur L. SANTON qui a accordé un intérêt constant à mes travaux.

Les travaux présentés dans ce mémoire n'ont pu être menés à bien que grâce à un travail d'équipe et dans un esprit d'étroite collaboration. Toute l'équipe "Transferts en milieu poreux" est à associer à ces travaux. Je remercie plus particulièrement Messieurs : D. KHANJI, G. GALLEGUILLOS, J. TOUMA, P. DORMAGEN et S. ELMALOGLOU qui ont été associés très étroitement aux résultats présentés ici.

Je ne saurai oublier que ce travail doit beaucoup à la participation active et à l'esprit critique de Monsieur H. JEGAT.

Ces recherches m'ont amené à rencontrer de nombreuses personnalités qui m'ont beaucoup apporté par de fructueuses discussions. Que soient plus particulièrement remerciés: Monsieur le Professeur D. NIELSEN, Monsieur le Professeur P. WIERENGA, Monsieur le Professeur J. DAVIDSON, Monsieur F. BRISSAUD et Monsieur J.P. SAUTY.

Enfin, la collaboration des services techniques de l'Institut de Mécanique a été essentielle au déroulement de mes travaux. Je leur exprime ma vive reconnaissance, notamment à Mesdames ELBERG, CHARREL et RICCIARDELLA, à Messieurs BAUDOIN, FELIX, MARTINATTI, RABATEL, TAUNIER et au service reprographie.

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

Symbole	Définition	Dimension
C	Concentration en soluté de l'eau du sol	$M L^{-3}$
C_a	Capacité capillaire	L^{-1}
C_{im}	Concentration en soluté de la fraction d'eau immobile	$M L^{-3}$
C_m	Concentration en soluté de la fraction d'eau mobile	$M L^{-3}$
D_o	Coefficient de diffusion moléculaire du soluté dans l'eau	$L^2 T^{-1}$
D_{ap}	Coefficient de dispersion apparente	$L^2 T^{-1}$
D_{im}	Coefficient de dispersion apparente dans la fraction d'eau immobile	$L^2 T^{-1}$
D_m	Coefficient de dispersion apparente dans la fraction d'eau mobile	$L^2 T^{-1}$
f	Fraction d'eau mobile (θ_m/θ)	---
g	Accélération de la pesanteur	$L T^{-2}$
h	Pression de l'eau du sol exprimée en hauteur d'eau par rapport à la pression atmosphérique	L
H	Potentiel matriciel de l'eau du sol	L
i	Indice de repérage des distances	---
k	Indice de repérage des temps	---

IV

Symbole	Définition	Dimension
K	Conductivité hydraulique	$L T^{-1}$
K_s	Conductivité hydraulique à saturation naturelle	$L T^{-1}$
L	Longueur de la colonne	L
n	Porosité	L^3/L^3
N	Comptage du nombre de photons	nb. de chocs
P_{at}	Pression atmosphérique	$M L^{-1} T^{-2}$
P_w	Pression absolue de l'eau du sol	$M L^{-1} T^{-2}$
q	Vitesse de DARCY	$L T^{-1}$
E.V.R.	Element de volume représentatif	L^3
t	Temps	T
u	Vitesse de pore	$L T^{-1}$
V_e	Volume d'eau contenue dans la colonne	L^3
V_i	Volume d'eau infiltrée	L^3
V_p	Volume de pore (V_i/V_e)	---
z	Cote	L

α	Coefficient d'échange	T^{-1}
Δt	Incrément de temps	T
Δz	Incrément d'espace	L
θ	Teneur en eau	L^3/L^3
θ_{im}	Teneur en eau immobile	L^3/L^3
θ_m	Teneur en eau mobile	L^3/L^3
θ_r	Teneur en eau résiduelle	L^3/L^3
θ_s	Teneur en eau à saturation naturelle	L^3/L^3
μ_w	Viscosité dynamique de l'eau	$M L^{-1} T^{-1}$
$\overline{\mu_w}$	Coefficient d'absorption du rayonnement gamma par l'eau	$L^2 M^{-1}$
ρ_w	Masse volumique de l'eau	$M L^{-3}$

NOTA: Seuls les symboles importants communs à tout le texte, ont été portés ici. D'autres symboles ont été utilisés, parfois plusieurs fois pour des significations différentes, mais leur emploi et leur définition sont précisés à chacune de leur apparition.

S O M M A I R E

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	1
 <u>CHAPITRE I : VARIABLES FONDAMENTALES, APPROCHE THEORIQUE ET DEFINITION DU</u> <u>DOMAINE D'ETUDE</u>	 5
I-1 <u>DOMAINE DES TRANSFERTS</u>	6
I-2 <u>PROBLEMES D'ECHELLE</u>	7
I-2-1 Echelle locale	7
I-2-2 Echelle du volume du fluide	8
I-2-3 Echelle macroscopique	8
I-2-4 Note sur ces échelles	9
I-3 <u>VARIABLES FONDAMENTALES</u>	9
I-3-1 La porosité	9
I-3-2 La teneur en eau	9
I-3-3 La pression de l'eau du sol	10
I-3-4 La vitesse de DARCY	10
I-3-5 La vitesse de pore	11
I-3-6 La concentration en soluté	11
I-3-7 La pression osmotique	11
I-4 <u>ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET APPROCHE THEORIQUE</u>	12
I-4-1 Transfert de soluté avec écoulement d'eau permanent	12
I-4-2 Transfert de soluté avec écoulement d'eau transitoire	27
I-4-2-1 Ecoulement de l'eau	27
I-4-2-2 Transfert de soluté	29
I-4-3 Transfert couplé eau-soluté sur un terrain naturel	33
I-5 <u>DISCUSSION ET DOMAINE D'ETUDE</u>	34
I-5-1 Discussion	34
I-5-2 Domaine d'étude	35
I-5-3 Conditions de travail	36

VIII

<u>CHAPITRE II : METHODES DE MESURE ET DISPOSITIF EXPERIMENTAL</u>	39
<u>II-1 MESURE DE LA TENEUR EN EAU</u>	40
II-1-1 Principe de la mesure	40
II-1-2 Influence de la concentration en soluté sur la mesure de la teneur en eau	44
<u>II-2 MESURE DE LA PRESSION DE L'EAU DU SOL</u>	45
II-2-1 Principe de la mesure	46
II-2-2 Précautions particulières	46
<u>II-3 MESURE DE LA CONCENTRATION EN SOLUTE</u>	47
II-3-1 Mesure de la concentration en tritium	47
II-3-2 Mesure de la concentration en chlorure de calcium	48
II-3-2-1 Principe de la mesure	49
II-3-2-2 Principe du résistivimètre	50
II-3-2-3 Electrodes de mesure dans le milieu poreux	57
II-3-2-4 Etalonnage des sondes résistives	61
<u>II-4 DISPOSITIF EXPERIMENTAL</u>	67
II-4-1 Description de la colonne	67
II-4-2 Le matériau poreux	69
II-4-3 Les solutés	72
II-4-4 Le dispositif de mesure des teneurs en eau	75
II-4-5 Le dispositif de mesure tensiométrique	75
II-4-6 Le dispositif de mesure des concentrations en soluté	80
II-4-7 Le dispositif de mesure des débits écoulés	80
<u>II-5 ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES</u>	83
II-5-1 Dispositif de mesure des teneurs en eau	83
II-5-2 Dispositif de mesure des pressions et des concentrations en soluté	85
 <u>CHAPITRE III : RESULTATS EXPERIMENTAUX</u>	 89
<u>III-1 ESSAIS EN REGIME HYDRODYNAMIQUE PERMANENT</u>	89
III-1-1 Stabilité des écoulements	90
III-1-2 Effet de la désaturation en eau sur la dispersion	92
III-1-3 Comparaison du comportement de deux solutés différents	97

IX

<p><u>III-2 ESSAIS EN REGIME HYDRODYNAMIQUE TRANSITOIRE</u></p> <p> III-2-1 Infiltration d'eau tritiée dans une colonne d'eau pure drainée</p> <p> III-2-2 Infiltrations d'eau salée en CaCl_2 dans une colonne d'eau pure drainée</p> <p> III-2-3 Un essai d'infiltration d'eau salée en CaCl_2 sur un terrain naturel</p> <p> </p> <p><u>CHAPITRE IV : MODELISATION DE L'ECOULEMENT D'EAU ET DU TRANSFERT</u> DE SOLUTE</p> <p> IV-1 <u>ECOULEMENT DE L'EAU</u></p> <p> IV-1-1 Conservation de masse de l'eau</p> <p> IV-1-2 Equation dynamique</p> <p> IV-1-2 Equation de l'écoulement de l'eau</p> <p> IV-2 <u>TRANSFERT DU SOLUTE</u></p> <p> IV-3 <u>PROBLEME COUPLE : ECOULEMENT D'EAU-TRANSFERT DE SOLUTE</u></p> <p> IV-3-1 Influence du régime d'écoulement d'eau sur le transfert de soluté</p> <p> IV-3-2 Influence de la présence d'un soluté sur l'écoulement d'eau</p> <p> IV-4 <u>TRAITEMENT DU PROBLEME COMPLET</u></p> <p> </p> <p><u>CHAPITRE V : DETERMINATION DES RELATIONS CARACTERISTIQUES INTERVENANT</u> DANS LA MODELISATION</p> <p> V-1 <u>CARACTERISTIQUES HYDRODYNAMIQUES DU SOL</u></p> <p> V-1-1 Relation pression de l'eau du sol-teneur en eau</p> <p> V-1-2 Relation conductivité hydraulique-teneur en eau</p> <p> V-2 <u>CARACTERISTIQUES DISPERSIVES DU SOL</u></p> <p> V-2-1 Solutions du problème dispersif pour un écoulement permanent d'eau dans un profil de teneur en eau uniforme</p> <p> V-2-1-1 Conditions initiales et aux limites</p> <p> V-2-1-2 Solutions analytiques</p> <p> V-2-1-3 Solution numérique</p>	<p>99</p> <p>99</p> <p>102</p> <p>106</p> <p>111</p> <p>112</p> <p>112</p> <p>113</p> <p>114</p> <p>114</p> <p>117</p> <p>117</p> <p>118</p> <p>121</p> <p>125</p> <p>125</p> <p>127</p> <p>130</p> <p>132</p> <p>132</p> <p>135</p> <p>139</p>
---	---

V-2-2 Ajustement des paramètres (ou calage du modèle)	139
V-2-2-1 Ajustement "à l'oeil" à partir de la solution numérique	139
V-2-2-2 Sensibilité des paramètres	143
V-2-2-3 Ajustement par "pattern search"	147
V-2-3 Cas où toute l'eau du sol est supposée mobile (modèle à un seul paramètre)	153
V-2-4 Relations caractéristiques du problème dispersif	157
V-2-4-1 La teneur en eau mobile	157
V-2-4-2 Le coefficient de dispersion apparent	159
V-2-4-3 Le coefficient de transfert	161
V-3 <u>CONCLUSIONS</u>	161

CHAPITRE VI : SIMULATION DU TRANSFERT COUPLE EAU-SOLUTE :

RESOLUTION NUMERIQUE	165
VI-1 <u>PROBLEME A RESOUDRE</u>	165
VI-1-1 Problème hydrodynamique	165
VI-1-1-1 Equation de l'écoulement de l'eau	165
VI-1-1-2 Relations caractéristiques	166
VI-1-1-3 Conditions initiales et conditions aux limites	166
VI-1-2 Transfert du soluté	168
VI-1-2-1 Equation de conservation de masse du soluté	168
VI-1-2-2 Relation d'échange de soluté entre eau mobile et eau stagnante	169
VI-1-2-3 Relations caractéristiques	169
VI-1-2-4 Conditions initiales et aux limites	169
VI-1-3 Couplage : problème hydrodynamique-transfert de soluté	170
VI-2 <u>METHODE DES DIFFERENCES FINIES APPLIQUEE AU TRANSFERT</u> <u>COUPLE EAU-SOLUTE</u>	171
VI-2-1 Rappel de la méthode des différences finies	171
VI-2-1-1 Exemple de l'équation de diffusion	172
VI-2-1-2 Stabilité et convergence	176
VI-2-1-3 Algorithme de THOMAS	177
VI-2-2 Cas de l'équation de diffusion-convection à coefficients constants	179
VI-2-2-1 Diffusion numérique	179
VI-2-2-2 Discrétisation utilisée	183
VI-2-2-3 Importance de l'écriture de la condition à la limite supérieure	184
VI-2-3 Equations de diffusion-convection à coefficients non-constants	187

VI-3 DISCRETISATION ET RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS

<u>DECRIANT LE TRANSFERT COUPLE EAU-SOLUTE</u>	188
VI-3-1 Ecoulement de l'eau	190
VI-3-2 Transfert du soluté	191
VI-3-3 Caractéristiques essentielles du programme de calcul	193

CHAPITRE VII : RESULTATS OBTENUS PAR RESOLUTION NUMERIQUE

<u>DU MODELE MATHEMATIQUE</u>	195
<u>VII-1 ECOULEMENT D'EAU PERMANENT</u>	195
VII-1-1 Toute l'eau présente dans le sol s'écoule	195
VII-1-2 L'eau du sol est fractionnée en parties mobile et immobile	199
<u>VII-2 ECOULEMENT D'EAU TRANSITOIRE</u>	201
VII-2-1 Sensibilité du modèle de transfert de soluté à la variation des paramètres, pour une infiltration d'eau	201
VII-2-1-1 Influence de la relation $\theta_m(\theta)$	203
VII-2-1-2 Influence de la relation $D_m(\theta, q)$	205
VII-2-1-3 Influence du paramètre α	205
VII-2-2 Résultats obtenus par résolution numérique du modèle de transfert couplé eau-soluté	208
VII-2-2-1 Infiltration à flux constant d'eau salée ($q = 13.69$ cm/h)	208
VII-2-2-2 Infiltration à flux constant d'eau salée ($q = 8$ cm/h)	209
VII-2-2-3 Infiltration à flux constant d'eau salée ($q = 8$ cm/h) suivie d'une infiltration à flux constant d'eau pure ($q = 8$ cm/h)	212
VII-2-3 Réactivation de l'eau du sol par l'eau d'infiltration	214
<u>VII-3 EXTENSION DES RESULTATS OBTENUS A UN SOL ARGILEUX</u>	216
VII-3-1 Caractéristiques hydrodynamiques du sol argileux	219
VII-3-2 Caractéristiques du transfert de soluté	219
VII-3-2-1 Paramètre	219
VII-3-2-2 Relation caractéristique $\theta_m(\theta)$	222
VII-3-2-3 Comparaison entre résultats expérimentaux et calculés	224
<u>VII-4 PROBLEMES POSES PAR L'EXTENSION AU TERRAIN DU MODELE UTILISE</u>	227

VII-5 <u>CONCLUSIONS</u>	227
<u>CONCLUSION</u>	228
<u>ANNEXE 1</u>	231
<u>ANNEXE 2</u>	236
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	239

INTRODUCTION

Le transfert de substances miscibles dans un milieu poreux intéresse de nombreuses branches des sciences physiques : l'hydrologie et la gestion des ressources en eau pour la prédiction des écoulements d'eau et de polluants, le génie sanitaire pour la définition du pouvoir auto-épurateur des sols, l'agronomie pour la disponibilité en eau et en engrais dans la zone racinaire, le génie chimique pour la conception des réacteurs chimiques.

Dans le domaine de l'hydrologie, l'étude des transferts simultanés d'eau et de substances solubles dans les sols est relativement récente, les premiers articles consacrés à ce sujet n'ayant paru qu'à partir de 1960. L'importance des publications depuis 1970 montre que ce thème se situe maintenant dans un domaine d'intérêt croissant, lié à des situations préoccupantes telles que les teneurs en nitrates et nitrites dans les nappes alluviales. La tranche de milieu poreux située entre la surface du sol et la surface de la nappe phréatique contribue essentiellement au transfert de substances polluantes vers la nappe. Cette tranche de sol partiellement saturée en eau (zone non saturée) est restée cependant peu étudiée jusqu'alors, du fait de la complexité de l'analyse des phénomènes qui peuvent intervenir simultanément.

De ce fait, nous nous sommes restreints à n'étudier, en première approximation, qu'un cas simple mais représentatif des phénomènes quantitativement les plus importants : la convection et la dispersion. C'est ainsi que nous avons éliminé les effets d'adsorption, de réactions chimiques, de changement de phase, de transferts thermiques, de déformation du squelette poreux. Les résultats que nous avons pu obtenir dans ce cadre restreint se sont révélés riches d'enseignement.

La présence d'air dans le sol agit sur l'écoulement de l'eau en augmentant les frottements visqueux. Elle influe également sur le transfert de matière soluble en faisant apparaître des zones d'eau stagnante au sein du milieu poreux. Cette eau stagnante se comporte alors comme un "puits" pour la substance soluble, l'échange entre eau mobile et eau immobile se faisant par diffusion moléculaire. L'étude de transfert d'eau et de soluté en présence d'une phase gazeuse, à concentration volumique variable, est abordée en trois étapes :

- . après une revue des travaux antérieurs on présente un dispositif de mesure non-destructif original permettant d'acquérir des données fiables dans le milieu poreux.
L'analyse des données expérimentales a mis en évidence l'effet de la désaturation en eau sur les transferts des substances chimiques transportées par l'eau.
- . en tenant compte des résultats expérimentaux on propose ensuite une description et une modélisation mathématique des transferts d'eau et de soluté. Les paramètres intervenants dans la modélisation sont évalués à partir de certaines expériences.
- . on résout enfin numériquement le système d'équations fourni par la modélisation par la méthode des différences finies. La comparaison entre les résultats expérimentaux non utilisés pour la détermination des paramètres et les valeurs calculées montre que le modèle proposé donne une description tout à fait satisfaisante de la réalité physique. De plus, les lois de variation des paramètres obtenues pour un sol sableux, étendues à un sol argileux mettent en évidence que la fraction d'eau immobile est une donnée essentielle du transfert et que les études futures devront être orientées sur ce point.

Nous nous devons de noter que dans un souci de synthèse, une partie de cette présentation reprend et développe des travaux antérieurs. Dans la première partie, le dispositif expérimental a été, pour l'essentiel, présenté dans ma thèse de 3ème Cycle (GAUDET - 1974), cependant un complément important est apporté : l'utilisation d'un isotope de l'eau (l'eau tritiée $^3\text{H H}_2\text{O}$) comme substance chimique miscible à l'eau. Dans la seconde partie, la détermination des paramètres du transfert de soluté est basée, sur les travaux présentés par JEGAT (1975) et GAUDET et al (1977) pour des résultats obtenus en commun. Les valeurs numériques des paramètres sont obtenues par calage de la solution

calculée sur des résultats expérimentaux dans le cas simple où l'écoulement d'eau est permanent. Cette identification des paramètres est développée par rapport aux travaux précédents en complétant l'étude de la sensibilité du modèle à la variation des coefficients et en utilisant une méthode de calage basée sur un critère de minimisation de la distance : solution calculée - résultat expérimental.

PREMIERE PARTIE

MISE EN EVIDENCE DE L'INFLUENCE DE LA ZONE NON-SATUREE
SUR LE TRANSFERT DES SOLUTES

CHAPITRE I

VARIABLES FONDAMENTALES, APPROCHE THEORIQUE ET DEFINITION DU DOMAINE D'ETUDE

L'énorme croissance de la demande en eau douce, liée à une dégradation de la qualité des réserves naturelles, ont imposé une recherche systématique des sources possibles d'eau et de pollution. La pluie fournit l'eau douce, mais les nappes constituent la plus grande partie des réserves propres à la consommation humaine. En 1973, le prélèvement d'eau douce dans les nappes en France était de cinq milliards de mètres cubes par an, alors que le prélèvement total s'élevait à vingt trois milliards de mètres cubes. Entre l'instant où la pluie atteint le sol, et son arrivée au niveau de la nappe, l'eau doit percoler à travers une tranche de sol que l'on appellera : zone non-saturée. C'est notamment dans cette zone, qui fait l'objet de notre étude que se développent les racines des plantes. Outre l'aspect du transfert global entre la surface du sol et la nappe, il apparaît donc que l'on doit connaître ce qu'il advient de l'eau et d'un soluté éventuel dans cette zone racinaire si l'on veut utiliser au mieux les ressources en eau pour une croissance optimale des plantes. C'est essentiellement depuis une dizaine d'années, que la dégradation de la qualité de l'eau des nappes, due à l'emploi massif d'herbicides, de pesticides et d'engrais chimiques ou naturels, a conduit à étudier la physique des transferts des substances chimiques dans la zone non-saturée.

Il est clair que les agriculteurs ne détiennent pas le monopole de la pollution de l'eau des nappes. Une part très importante des substances solubles répandues sur la surface des sols provient des rejets industriels et humains. Il faut notamment tenir compte des pollutions accidentelles, telles que rupture de conduites, fuite de cuves de stockage, accidents de transport

Dès lors qu'un soluté est parvenu dans la zone non-saturée, on peut soit être amené à l'éliminer (nocivité à la croissance des plantes ou à la consommation humaine), soit chercher à retenir le plus longtemps possible dans cette zone (efficacité maximale d'un engrais, épuration par biodégradation, etc...). Quelque soit la formule retenue, une intervention efficace à ce niveau est de toute façon conditionnée par la connaissance que l'on a des phénomènes physiques mis en jeu.

Les études précédemment effectuées, dans le but de définir les écoulements d'eau et les transferts de produits solubles dans la tranche aérée des sols, seront succinctement rappelées, mais auparavant, dans un souci de clarté, nous allons définir le domaine de travail et les grandeurs fondamentales auxquels se rapportent ces études.

I.1 - DOMAINE DES TRANSFERTS

Le siège des transferts que nous étudions est un milieu poreux polyphasique constitué :

- d'une matrice solide, support des écoulements d'eau, formée par un empilement des grains du sol et éventuellement déformable,
- d'un mélange gazeux (essentiellement air et vapeur d'eau) occupant une fraction des pores de la matrice solide. Ce mélange gazeux peut être partagé en deux parties, l'une étant du gaz en phase continue qui s'écoule dans le milieu poreux, et l'autre étant piégée par l'eau et la matrice solide sous forme de bulles occluses,
- d'eau prenant place dans la fraction restante des pores. Cette eau peut contenir un soluté (sel, engrais, pesticide ...). La solution liquide peut se présenter également sous deux aspects :
 - a) de l'eau mobile participant à l'écoulement du liquide
 - b) le reste étant soit fixé aux grains de sol par des forces d'adsorption moléculaire, soit piégé dans des pores en cul-de-sac. Cette eau liée ne peut pas être déplacée entièrement par les seules forces gravitaires ou capillaires.

On propose figure I-1 une représentation schématique d'un tel milieu poreux.

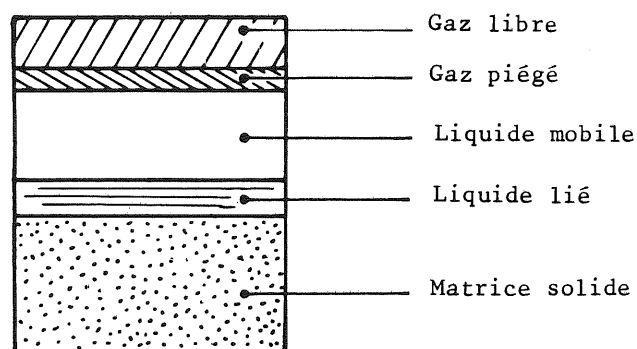


Figure I.1
Représentation schématique d'un milieu poreux non saturé

I.2 - PROBLEMES D'ECHELLE

Dans le cadre de cette étude, on doit, si l'on veut faire une analyse fine des phénomènes de transfert d'eau et de soluté, considérer trois échelles différentes.

I.2.1 - Echelle locale

Il s'agit de l'échelle classique de la mécanique des fluides, dans laquelle on considère le fluide comme milieu continu. On définit à ce niveau les paramètres locaux qui décrivent une quantité physique en un point, c'est-à-dire dans un élément de volume infiniment petit conforme aux données physiques moléculaires.

Les paramètres intervenant à ce niveau sont :

- La concentration en soluté C , définie par le rapport de la masse de soluté contenu dans un petit élément de volume de solution à ce volume de solution.

- La masse volumique des fluides, définie par le rapport de la masse de solution d'un petit élément de volume au volume de cet élément.

- Les viscosités des fluides.

- Les vitesses des fluides.

1.2.2 - Echelle du volume de fluide

La grandeur caractéristique de cette échelle est le volume d'un pore du massif poreux. Les paramètres à ce niveau sont définis comme des moyennes des paramètres locaux correspondants, sur un volume de fluide fini.

1.2.3 - Echelle macroscopique

Cette échelle est spécifique des milieux poreux, c'est à son niveau que le mélange polyphasique peut être considéré comme milieu continu. L'élément de volume représentatif (R.E.V. dans la littérature anglo-saxonne) de cette échelle peut être défini de la manière suivante : autour d'un point physique, choisi à l'intérieur d'un pore, on construit un élément de volume fictif (ΔU). L'élément ΔU variant positivement à partir d'une valeur nulle, on suit la variation en fonction de ΔU du rapport $\Delta V / \Delta U$, où ΔV est le volume des vides compris dans l'élément ΔU .

Pour les faibles valeurs de ΔU , le rapport $\Delta V / \Delta U$ varie aléatoirement, puis quand ΔU augmente, ce rapport devient pratiquement constant (voir fig. I.2). La valeur de ΔU pour laquelle le rapport $\Delta V / \Delta U$ devient constant est l'élément de volume représentatif.

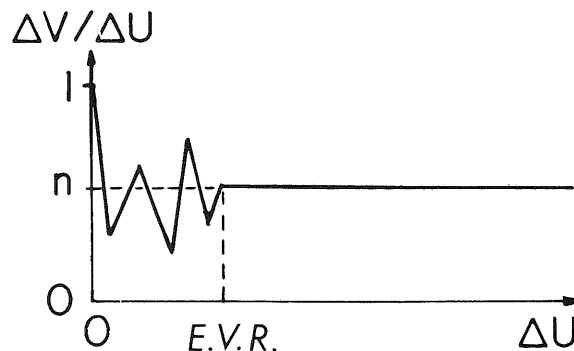


Figure I.2

Elément de volume représentatif (E.V.R.) pour un milieu poreux homogène

I.2.4 - Note sur ces échelles

Le passage d'une échelle à l'autre est très délicat à exprimer mathématiquement. En particulier à l'échelle locale le milieu poreux ne peut pas être considéré comme continu, et il se pose, pour faire des moyennes, un problème de frontières (solide-fluide). La distribution aléatoire des pores dans le massif poreux ne facilite pas la prise en compte du problème de frontière, et tous les travaux se rapportant à ces changements d'échelles sont basés sur des hypothèses restrictives. Aucune étude, actuellement, n'est pleinement satisfaisante (FRIED J.J., 1972).

Les variables intervenant dans les équations seront définies à l'échelle de l'élément de volume représentatif (E.V.R.) et cela nécessitera l'introduction de paramètres macroscopiques : la justification de cette écriture étant donnée par la concordance entre la théorie et les résultats expérimentaux.

I.3 - VARIABLES FONDAMENTALES

Si elles ne sont pas explicitement mentionnées, les unités choisies pour exprimer les grandeurs qui vont suivre seront : le centimètre, le gramme et l'heure.

I.3.1 - La porosité

notée n est définie comme le rapport du volume des vides contenu dans un E.V.R., au volume total de cet E.V.R.

La dimension de n est : L^3/L^3 .

I.3.2 - La teneur en eau (θ)

est le rapport du volume d'eau contenue dans un E.V.R. au volume total de cet E.V.R. La dimension de θ est : L^3/L^3 . La teneur en eau, θ , peut varier entre les valeurs 0 et n , mais pratiquement varie entre θ_r et θ_s définies ainsi :

θ_r , teneur en eau résiduelle est la plus faible valeur que peut atteindre θ par drainage gravitaire. Ceci signifie que de l'eau reste liée au grains de sol par des effets tels que :

- l'attraction moléculaire
- des forces de VAN der WALS
- la capillarité
- les liaisons chimiques

Cette eau résiduelle ne peut être extraite du sol par les seules forces gravitaires, il faut recourir, par exemple, à la centrifugation ou à l'évaporation.

θ_s , teneur en eau de saturation naturelle est la plus grande valeur que peut atteindre θ lorsque l'on fournit au sol de l'eau en excès. La teneur en eau de saturation naturelle θ_s est inférieure à la porosité n , du fait que des bulles d'air sont piégées dans le sol au cours des cycles d'humidification et de séchage.

D'autre part, pour une teneur en eau θ donnée, une partie de l'eau peut être immobile parce qu'elle est piégée dans des pores en cul-de-sac ou liée aux grains du sol. On définira alors une teneur en eau immobile (θ_{im}) et une teneur en eau mobile (θ_m) avec par définition :

$$\theta_m + \theta_{im} = \theta \quad (I-1)$$

I.3.3 - La pression de l'eau du sol (h)

sera exprimée en hauteur d'eau, et rapportée à la pression atmosphérique soit :

$$h = \frac{p_w - p_{at}}{\rho_w g} \quad (I-2)$$

où p_w est la pression absolue de l'eau du sol (ML⁻¹T⁻²)

p_{at} est la pression atmosphérique (ML⁻¹T⁻²)

ρ_w est la masse volumique de l'eau (ML⁻³)

g est l'accélération de la pesanteur (LT⁻²)

La dimension de h est : (L)

La pression de l'eau du sol dans la zone non-saturée (appelée parfois pression interstitielle ou succion) est négative. La surface libre d'une nappe est définie comme le lieu des points où h est nulle. Dans la nappe, la pression de l'eau h , est positive.

I.3.4 - La vitesse de DARCY (q)

est le débit volumique d'eau qui traverse une section unitaire de la matrice poreuse pendant l'unité de temps.

Sa dimension est (LT⁻¹).

Il est intéressant de noter que la vitesse de DARCY q , est une vitesse fictive de l'eau, puisqu'elle revient à admettre que l'eau s'écoule aussi à travers les grains de sol. La grandeur q est, comme la teneur en eau θ , une grandeur typique définie à l'échelle macroscopique de l'E.V.R.

I.3.5 - La vitesse de pore (u)

est définie comme le rapport de la vitesse de DARCY (q) à la teneur en eau (θ).

La dimension de u est (LT^{-1}).

La vitesse de pore u , est appelée ainsi car elle représente la vitesse moyenne des molécules d'eau dans les pores, dans l'hypothèse où toute l'eau présente dans ces pores se déplace.

I.3.6 - La concentration en soluté (C)

est définie comme le rapport de la masse de ce soluté contenue dans l'eau d'un E.V.R. au volume d'eau contenu dans cet E.V.R.

La dimensions de C est : (ML^{-3}).

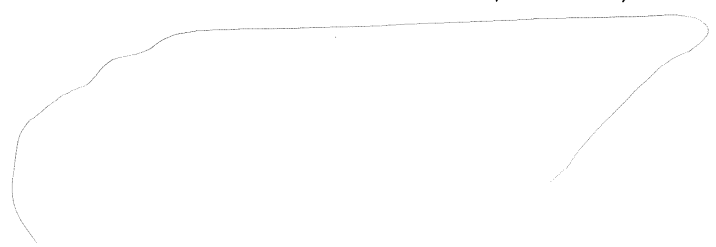
Les concentrations dans les fractions mobile et immobile de l'eau seront notées respectivement C_m et C_{im} , la conservation de masse de soluté conduisant à écrire :

$$\theta_{im} C_{im} + \theta_m C_m = \theta C \quad (I-3)$$

I.3.7 - La pression osmotique (π)

Si l'on met en contact à travers une membrane (perméable à l'eau et imperméable au soluté) une eau pure et une eau chargée en soluté, il s'exerce alors sur la paroi une pression π , appelée pression osmotique, due au fait que le potentiel chimique n'étant pas le même des deux côtés de la membrane, il y a tendance à ce qu'une concentration en soluté égale de chaque côté de cette membrane soit atteinte. La membrane représentant un obstacle au déplacement des molécules du soluté est soumise à une pression (dite osmotique) de leur part.

La pression osmotique a la dimension ($ML^{-1} T^{-2}$).



NOTA : Nous n'avons défini, ci-dessus, que les variables fondamentales intervenant dans le problème que nous étudions.

D'autres variables seront utilisées dans la suite de ce texte : elles concernent principalement la description des techniques de mesure utilisées. Chaque nouvelle variable utilisée sera définie succinctement.

I.4 - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET APPROCHE THEORIQUE

Les premières manifestations de la pollution des nappes ont été dues aux rejets industriels dans les rivières, la communication entre rivière et nappe se faisant sans l'intermédiaire de la zone non-saturée. De ce fait, les premiers travaux concernant les transferts de substances chimiques ont été relatifs aux milieux poreux totalement saturés en eau. Bien que ce problème ne soit pas directement le sujet de notre étude, il est intéressant de noter ce qui a été fait dans ce domaine, car cela constitue la base des travaux faits sur la zone aérée des sols.

Le transfert de substances chimiques dans les sols ne peut intervenir pratiquement sans la présence d'eau. Les substances chimiques qui nous intéressent étant solubles, ne se déplaceront que s'il existe un mouvement de l'eau. Il est donc nécessaire de connaître la quantité et la vitesse d'écoulement de l'eau présente en chaque point du milieu poreux. Notons que la présence d'une substance chimique en solution dans l'eau peut perturber le mouvement de celle-ci. Ce dernier point sera repris dans notre étude lors de la description du modèle mathématique que nous utilisons, et ne sera pas développé ici, compte tenu du fait que toutes les études que nous présentons sont basées sur l'hypothèse d'une influence négligeable de la présence d'un soluté sur l'écoulement de l'eau.

Cette étude bibliographique, volontairement axée sur l'analyse des processus physiques mis en cause, sera séparée en deux parties, la première traitant le cas où l'écoulement de l'eau est parfaitement établi, et reste permanent en chaque point du massif, la seconde partie étant relative aux écoulements d'eau transitoires.

I.4.1 - Transfert de soluté avec écoulement d'eau permanent

On considère dans ce paragraphe aussi bien les sols totalement saturés en eau (qui représentent la majeure partie des études faites) que les sols contenant une phase gazeuse, pourvu que la vitesse de DARCY q et la teneur en eau θ ,

restent constantes dans le temps en chaque point.

Il serait vain de vouloir reprendre séparément toutes les études se rapportant à ce thème, tant elles sont nombreuses. Nous nous limiterons aux principales études de synthèse et aux travaux traitant une large gamme de conditions.

FRIED et COMBARNOUS (1971) donnent une revue synthétique générale des travaux effectués sur la dispersion en milieux poreux totalement saturés en eau. Lorsque deux fluides miscibles sont mis en contact dans un milieu poreux, ils représentent initialement une surface de séparation nette et bien définie. La netteté de cette interface s'estompe ensuite car la diffusion moléculaire permet aux deux fluides de s'interpénétrer, d'où la création d'une zone de transition. Si l'on met les fluides en mouvement, l'étalement de la zone de transition est d'autant plus rapide et plus important que la vitesse d'écoulement est plus grande. Ce phénomène, appelé dispersion, peut être illustré facilement par le comportement d'un soluté en solution dans l'eau.

Considérons un milieu poreux saturé en eau pure, contenu dans un tube cylindrique. Un écoulement permanent est provoqué avec cette eau pure. Au temps $t = 0$, on injecte dans le tube une eau salée à une concentration en soluté constante C_0 . Le profil de concentration est une fonction en échelon (fig. I.3) qui se déforme dans la colonne avec le temps pour prendre l'aspect d'une courbe "en S". L'épaisseur de la zone de mélange croît avec le temps (ou avec la distance parcourue dans le massif poreux).

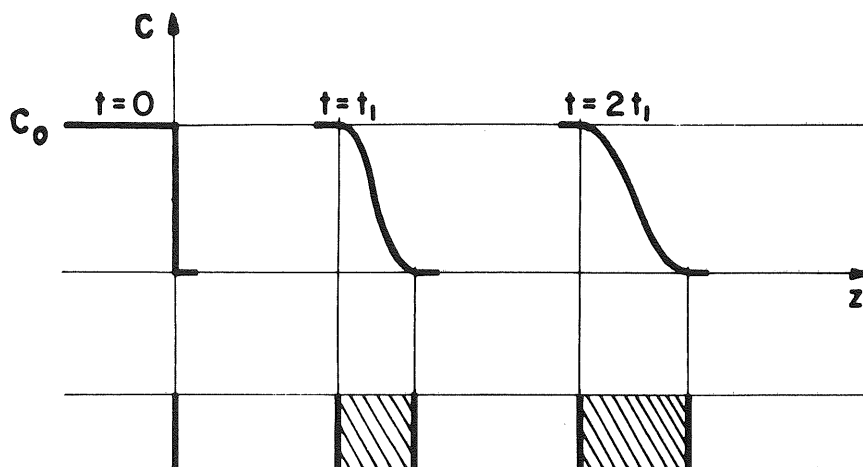


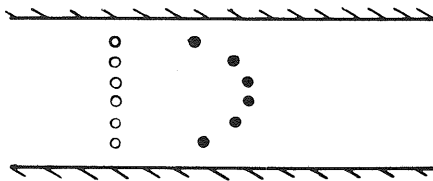
Figure I.3 : Evolution de la zone de transition avec le temps

L'exemple précédent a mis en évidence un phénomène physique, dont on explique généralement les mécanismes par l'action de deux effets distincts :

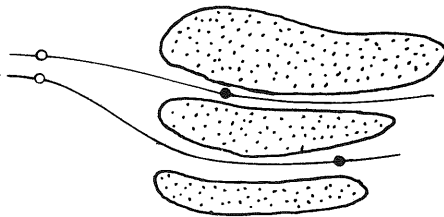
a) La diffusion moléculaire : c'est un phénomène physico-chimique dû à l'agitation moléculaire. Ce phénomène s'illustre ainsi : si un fluide contenant un sel dissous est mis en contact avec de l'eau pure les molécules de sel "diffusent" jusqu'à ce que la concentration soit partout uniforme.

b) Mélange mécanique : quand un fluide s'écoule à travers un milieu poreux, sa distribution de vitesse n'est pas uniforme, cela étant dû aux "effets de séparation" agissant selon trois voies différentes :

- Le profil des vitesses dans un capillaire est parabolique :



- La dimension des pores est variable :



- Les lignes de courant fluctuent par rapport à la direction principale de l'écoulement :



Chacun des trois processus précédents tend à éloigner après un intervalle de temps fini, deux particules initialement voisines.

La part relative à la diffusion ou à la dispersion est difficile à définir car tous les mécanismes créant le mélange interviennent simultanément.

Cet effet de dispersion est modélisé sous forme mathématique par une équation du type diffusion-convection :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{ap} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - u \frac{\partial c}{\partial z} \quad (I-4)$$

où : D_{ap} est le coefficient de dispersion apparent de dimension L^2T^{-1} qui englobe à la fois les effets de la diffusion moléculaire et du mélange mécanique.

Ce coefficient D_{ap} a fait l'objet de très nombreuses études. Les quatre principales étapes chronologiques dans l'approche de ce paramètre sont décrites de la manière suivante :

- dispersion dans des tubes capillaires, où l'on fait une similitude entre un écoulement de fluides miscibles dans un tube capillaire et dans les pores d'un milieu poreux
- distribution de tubes capillaires, où le milieu poreux est schématisé par un réseau de tubes interconnectés
- cheminement aléatoire d'une particule dans le milieu poreux
- changement d'échelle, où les quantités à l'échelle macroscopique (propres au milieu poreux) sont exprimées à partir des valeurs microscopiques.

Chacune des descriptions précédentes conduit à la même expression mathématique du phénomène de dispersion et dans chaque cas l'obtention du coefficient de dispersion apparente (équation I-4) est basée sur une relation phénoménologique (loi de FICK, loi de distribution ou loi de probabilité).

Dans l'article de FRIED et COMBARNOUS, on présente outre l'analyse physique et la modélisation mathématique, certaines solutions analytiques et numériques de l'équation de diffusion-convection.

La très grande majorité des travaux portant sur la dispersion sont relatifs à des essais de laboratoire, sur sol homogène, et sur colonne unidirectionnelle. Au niveau de l'interprétation et de la modélisation, sous forme de la relation (I-4), une hypothèse fondamentale est formulée (souvent implicitement) : on suppose que toute l'eau présente dans le milieu poreux est mobile.

Dans leur article FRIED et COMBARNOUS mentionnent les problèmes soulevés au niveau de la modélisation mathématique et du calcul par la prise en compte de :

- la pluridimensionnalité de l'écoulement
- l'hétérogénéité du sol
- l'interaction physico-chimique entre le soluté et les grains du sol
- la prise en compte d'une fraction d'eau stagnante
- l'extension au terrain de la théorie de la dispersion élaborée à partir d'essais de laboratoire.

Cette étude synthétique permet d'acquérir une vue générale très satisfaisante de la dispersion en milieu poreux totalement saturé.

Dans les articles de NIELSEN et BIGGAR (1962), puis de BIGGAR et NIELSEN (1967) sont exposés les principaux enseignements que l'on peut tirer de l'analyse des "courbes de sortie" en milieux saturés ou partiellement saturés. Ces courbes de sortie (appelées "breakthrough curve" dans la littérature anglosaxonne) sont obtenues de la manière suivante :

- Un écoulement permanent d'eau pure est créé à travers une colonne de sol.
- A l'instant $t = 0$, on remplace à l'entrée de la colonne l'eau pure par de l'eau contenant un soluté, à concentration constante C_0 , en maintenant le débit liquide constant.
- On analyse la variation de concentration relative C/C_0 (correspondant à la zone de mélange) à la sortie de la colonne.

En portant cette variation de concentration relative en fonction du volume relatif écoulé, on obtient la courbe de sortie. Le volume relatif, appelé aussi volume de pore, est défini par le rapport entre le volume d'eau écoulé depuis l'instant $t=0$ et le volume total d'eau contenu dans la colonne. On trouvera figure I-4 les principaux types de courbes que l'on peut rencontrer.

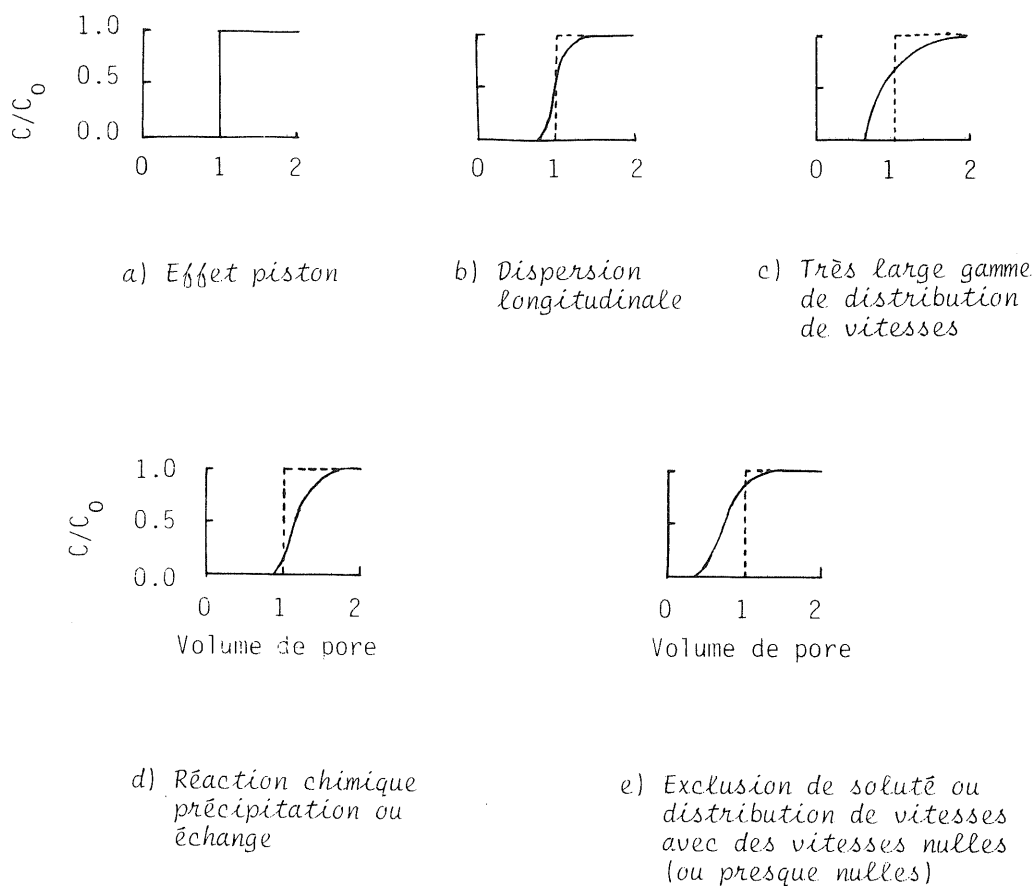


Figure 1-4 : Principaux types de courbes de sortie
(d'après NIELSEN et BIGGAR - 1962).

S'il n'existait pas de dispersion, on obtiendrait des courbes de sortie du type a) (cas de la convection pure).

La courbe b) est tout-à-fait représentative de la majorité des résultats présentés dans la littérature, lorsque le milieu poreux est totalement saturé, et lorsque le soluté n'a pas d'interaction avec les grains du sol. On remarquera surtout que la courbe de sortie passe par le point où la concentration relative est égale à 0,5 et où le volume relatif écoulé est égal à 1. De plus, cette courbe est pratiquement symétrique par rapport au point défini ci-dessus.

Les trois dernières courbes c), d), e) présentent des anomalies par rapport à la courbe b). Elles ne passent pas par le point $C/C_0 = 0.5$ et volume de pore = 1, et selon le déplacement de la courbe par rapport à ce point, on attribue physiquement ce phénomène à :

- une perte de soluté par réaction chimique ou échange physico-chimique si la courbe est décalée vers la droite, comme pour le cas d).
- un gain de soluté par exclusion de la substance chimique considérée initialement dans le sol, ou à une grande distribution des vitesses de l'eau au sein du massif poreux si la courbe est décalée vers la gauche, comme pour les cas c) ou e). Dans ce dernier cas on attribue plutôt la déviation des courbes à une distribution de vitesses lorsque la dissymétrie est très accusée par rapport au point où la courbe atteint la valeur $C/C_0 = 0.5$.

Toujours en ce qui concerne la déviation des courbes par rapport au cas idéal de la dispersion longitudinale seule (figure I-4-b), les auteurs ont étudié l'effet de la désaturation du sol et l'effet de l'emploi de substances chimiques différentes. Pour l'effet de la désaturation, la figure I-5 montre que la diminution de la teneur en eau entraîne une forte dissymétrie des courbes, ainsi qu'un décalage vers la gauche très significatif dans un sol sableux (Oakley sand). Le soluté utilisé dans ces essais est du chlore.

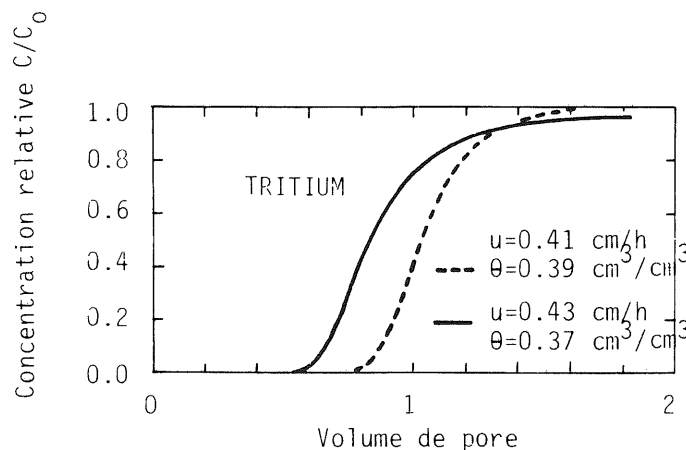


Figure I-5 : Effet de la désaturation sur les courbes de sortie (d'après NIELSEN et BIGGAR - 1962).

Une différence spectaculaire de comportement de deux solutés de nature différente Cl et Mg est représentée figure I-6, où l'on remarque qu'une substance inerte vis-à-vis des grains de sol (Cl) présente une courbe de sortie qui diffère beaucoup de celle d'une substance interagissante avec le solide (Mg).

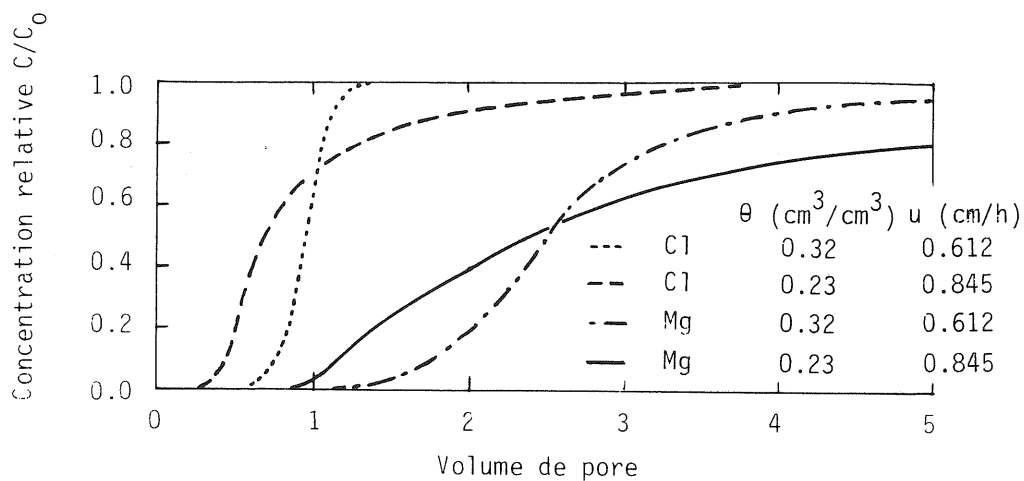


Figure I-6 : Différence de comportement de deux solutés différents d'après BIGGAR et NIELSEN, 1967).

Dès lors un point très important se détache : il est absolument nécessaire de savoir si le soluté est inerte vis-à-vis des grains de sol, ou s'il ne l'est pas. De cette connaissance dépend l'interprétation des phénomènes observés.

PFANNKUCH (1964) a fait un travail remarquable au sujet de la dispersion longitudinale en milieu totalement saturé en eau, et en l'absence d'interaction physico-chimique entre soluté et sol. Son étude en variables adimensionnelles a permis de montrer l'importance relative de la diffusion moléculaire et de la dispersion mécanique selon les régimes d'écoulement.

La figure I-7 montre la variation de $D_{ap}/d.u$ en fonction de $d.u/D_0$, où

- d est le diamètre moyen des grains
- D_0 est le coefficient de diffusion moléculaire.

De cette courbe il ressort que, pour un milieu poreux et des fluides miscibles donnés, il existe cinq régimes de dispersion en fonction de la vitesse d'écoulement.

a) Régime de diffusion moléculaire pure (zone I sur la courbe). Pour les faibles vitesses d'écoulement, la zone de mélange est créée uniquement par la diffusion moléculaire.

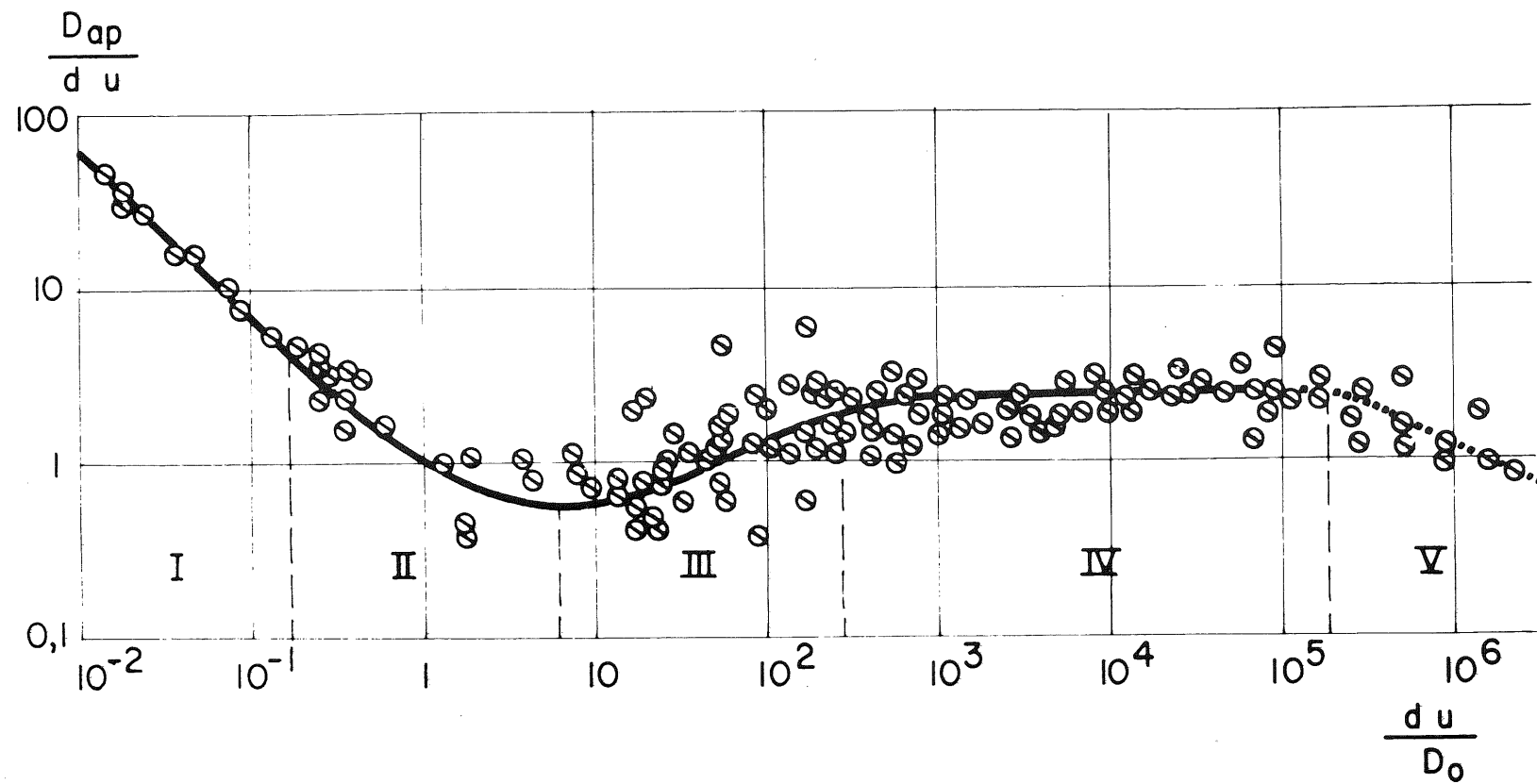


Figure I-7 : Différents régimes d'un déplacement miscible (d'après PFANNKUCH, 1962)

b) Régime de superposition (zone II). Lorsque la vitesse augmente, la dispersion mécanique devient non négligeable, et dans ce régime les effets de la diffusion et de la dispersion deviennent du même ordre de grandeur et sont additifs.

c) Régime d'interférence (zone III). La diffusion et la dispersion se superposent encore, mais le rôle de la dispersion devient prédominant.

d) Régime de dispersion mécanique pure (zone IV). La diffusion moléculaire devient négligeable devant les effets de la dispersion mécanique. Dans ce régime les effets d'inertie sont négligeables.

e) Régime de dispersion mécanique pure, avec effets d'inertie non négligeables (zone V). Comme pour le régime précédent, la diffusion moléculaire n'est pas sensible, mais les effets d'inertie ne sont plus négligeables.

Un autre résultat très intéressant est dû à cet auteur, il s'agit de la variation du rapport adimensionnel D_{ap}/D_o en fonction du nombre de PECLET u_d/D_o . La figure I-8 présente cette variation, et on peut noter que pour un sol et un soluté donnés (D_o et d constants) :

- aux faibles vitesses d'écoulement ($u_d/D_o < 1$) la dispersion est due uniquement à la diffusion moléculaire, et la valeur du coefficient de diffusion moléculaire dans le sol est inférieure à celle obtenue en eau libre ($D_{ap}/D_o < 1$). Ce dernier phénomène est dû à la présence des grains de sol, qui contraignent les particules de soluté à parcourir un chemin plus tortueux que dans une solution libre .
- à partir d'une certaine valeur de la vitesse d'écoulement ($u_d/D_o > 1$) le logarithme du rapport D_{ap}/D_o augmente pratiquement linéairement avec le logarithme du nombre de PECLET u_d/D_o . La pente de la droite étant proche de l'unité, certains auteurs (tels que FRIED et COMBAROUS) ont pris dans les cas pratiques une relation très simplifiée du type :

$$\text{si } u_d/D_o > 1 \quad : \quad D_{ap} = \lambda |u| \quad (I-5)$$

où λ est un coefficient de proportionnalité dépendant des caractéristiques du milieu poreux, qui a la dimension d'une longueur.

Il est tout de même important de signaler que les résultats présentés par PFANNKUCH ne sont valables que si l'étalement du soluté dans le milieu poreux est dû aux seuls phénomènes de diffusion et de mélange mécaniques.

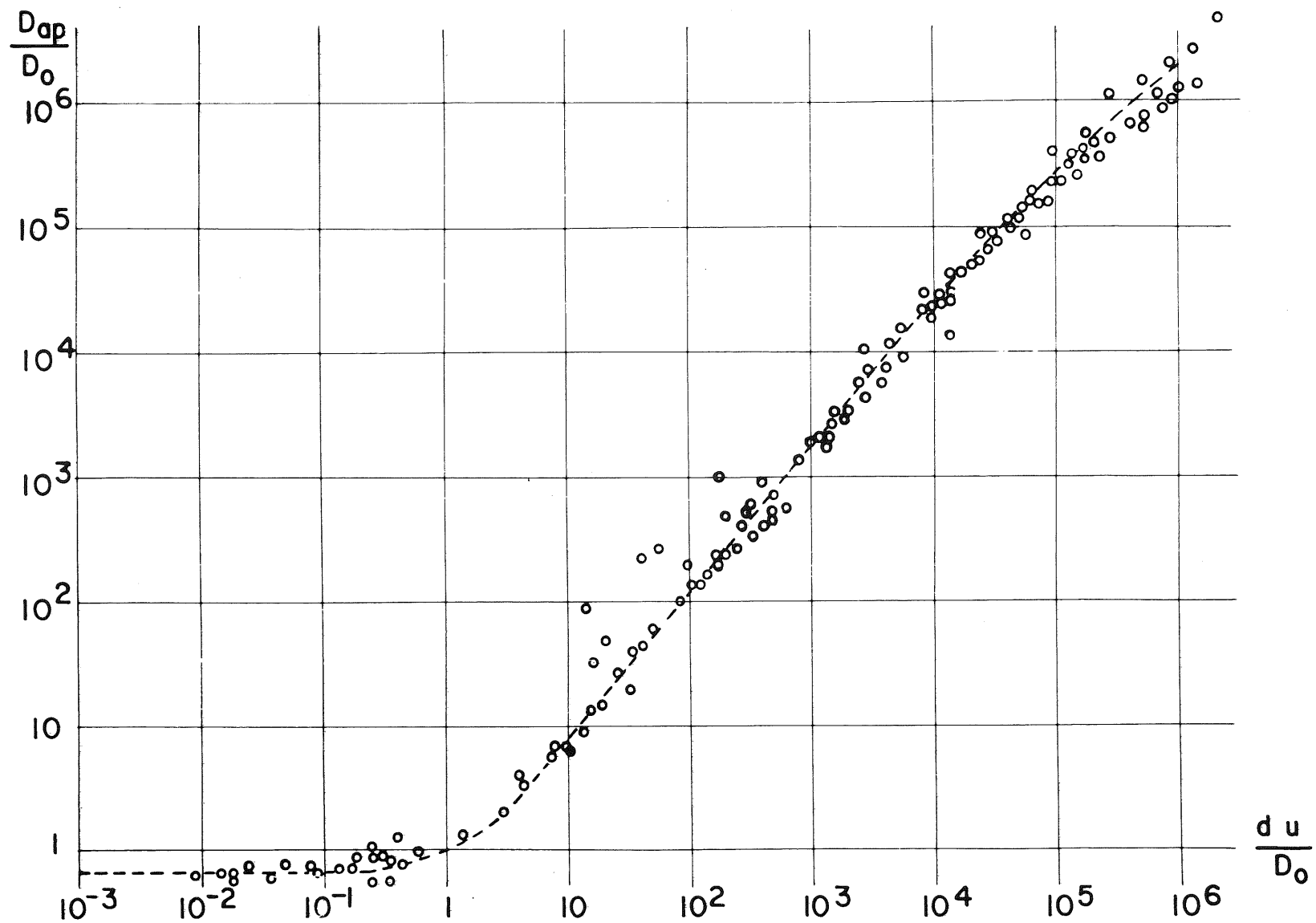


Figure I-8 : Variation du coefficient de dispersion apparent en fonction de la vitesse moyenne de pore (d'après PFANNKUCH, 1962).

KLOTZ et MOSER (1974) ont complété les résultats obtenus par PFANNKUCH, en étudiant expérimentalement l'influence de différents paramètres sur le coefficient de dispersion apparent D_{ap} . Dans le tableau I-1 sont résumés leurs principaux résultats, avec la convention :

↑ : augmentation

↓ : diminution

Paramètre	Sens de variation du paramètre	Sens de variation de D_{ap}
Viscosité cinématique	↑	↑
Température de l'eau T	↑	↓
Porosité n	↑	↑
Dimension effective des grains d_{50}	↑	↑
Déviatlon de la forme des grains par rapport à une sphère s_h	↑	↑
Rugosité et forme angulaire des grains	↑	↑
Coefficient d'uniformité de la courbe granulométrique	↑	↑

Tableau I-1 : Effet de différents paramètres sur la variation de D_{ap}
(d'après KLOTZ et MOSER, 1974)

Les résultats précédents ont été acquis à l'aide d'environ 2500 expériences différentes.

Les travaux de PFANNKUCH et ceux de KLOTZ et MOSER ont permis de préciser les paramètres importants dans le traitement de la dispersion basé sur l'équation de diffusion-convection.

Lorsque l'analyse des courbes de sortie montre que d'autres phénomènes (distribution de vitesses ou échange) interviennent, la modélisation mathématique doit naturellement en tenir compte.

La distribution des vitesses de l'eau dans une section perpendiculaire à la direction de l'écoulement n'étant absolument pas connue, faute de moyens de mesure appropriés, des schémas très simplifiés ont été proposés pour en tenir compte.

Une première conception consiste à considérer le milieu poreux comme séparé en deux parties parallèles, l'une laissant passer l'eau facilement, et l'autre ne permettant à l'eau que de s'écouler beaucoup plus lentement. BRISSAUD et al (1976) montrent qu'un tel schéma décrit de manière très satisfaisante les résultats expérimentaux obtenus à partir d'un calcaire coquillier. Cette description du transfert d'eau et de soluté ne prend pas en compte un éventuel transfert des molécules de la substance chimique entre les deux écoulements. La concordance entre résultats expérimentaux et résultats acquis à l'aide du modèle semble indiquer que ce dernier phénomène est négligeable devant le transport longitudinal, tout au moins dans la gamme des vitesses d'écoulement et de milieux poreux qui ont été explorés par les auteurs.

Une seconde schématisation de la non-uniformité des vitesses consiste à considérer qu'une fraction de l'eau est immobile, et que la fraction restante s'écoule avec une vitesse uniforme, le soluté pouvant transiter entre ces deux fractions par diffusion moléculaire. SKOPP et WARRICK (1974) proposent une description de l'échange entre les deux fractions d'eau basée sur une diffusion latérale de soluté. COATS et SMITH (1964) ont utilisé une relation plus générale supposant que la variation de masse de soluté dans la fraction immobile d'eau est simplement proportionnelle à la différence de concentration existant entre les deux fractions d'eau.

Dans chacun des deux traitements précédents, deux paramètres doivent être déterminés à partir d'essais expérimentaux.

COATS et SMITH ont été les premiers (à notre connaissance) à traiter le problème complet, depuis l'expérience, jusqu'à l'ajustement des paramètres intervenant dans la modélisation. Leurs travaux ont porté sur des milieux poreux totalement saturés en eau, et les valeurs numériques qu'ils ont trouvées pour le

rapport entre teneur en eau mobile et teneur en eau totale sont très proches de l'unité (entre 0.9 et 0.976). La fraction d'eau stagnante semble faible, au moins en ce qui concerne les milieux poreux totalement saturés et sans agrégats. De ce fait, cette conception de l'écoulement dans les milieux poreux n'a pas obtenu une grande audience auprès des physiciens des sols. Néanmoins la prise en compte d'eau stagnante permet de reproduire des courbes de sortie présentant une forme dissymétrique avec de longues queues, ce que ne permet pas le traitement de l'équation simple de diffusion-convection avec de faibles valeurs du coefficient de dispersion.

Un autre comportement a été mis en évidence, notamment par KRUPP et al (1972), il s'agit de la différence de comportement d'un anion (Cl^-) et d'un cation (H^+), pourtant considérés tous les deux comme inertes vis-à-vis des grains de sol. La figure I-9 montre que le chlore traverse le sol sensiblement plus vite que le tritium.

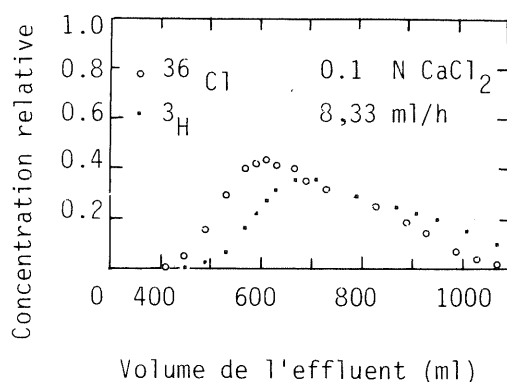


Figure I-9 : Différence de comportement du ^{36}Cl et du ^3H
(d'après KRUPP et al, 1972).

L'explication proposée par les auteurs est la suivante :

- il existe une partition de l'eau, l'eau immobile étant près de la surface des grains
- la surface des grains du sol (essentiellement argileux) est chargée négativement
- les anions (Cl^-) chargés négativement sont repoussés par les charges négatives des grains vers le centre des pores, où la vitesse de l'eau est la plus grande
- les cations (H^+) chargés positivement sont au contraire attirés près de la surface des grains, dans l'eau stagnante.

Ainsi les anions rejetés dans l'eau mobile, transitent plus vite que les cations, retenus temporairement dans l'eau stagnante.

Les échanges soluté-sol interviennent pour la plupart des substances chimiques transitant dans les sols. La prise en compte de ce phénomène dans la modélisation se traduit par l'adjonction d'un terme de source (ou de puits) dans l'équation de diffusion-convection. L'expression mathématique de ce terme de source dépend de la nature du couple substance chimique - grains du sol.

BOAST (1973) dans un article de synthèse ne dénombre pas moins de onze expressions différentes de ce terme de source.

Les échanges ne constituant pas le sujet de notre travail, nous ne développerons pas les différents types d'interaction qui peuvent intervenir.

On notera enfin dans le cadre des études faites en écoulement permanent d'eau, que VAN-GENUCHTEN et WIERENGA (1976) ont développé un modèle tenant compte à la fois :

- d'une séparation de l'eau entre une partie mobile et une partie stagnante avec un échange de soluté tel que celui décrit par COATS et SMITH
- d'un échange soluté-sol du type adsorption décrit par une isotherme de Freundlich (BOAST , 1973).

Les références notées dans ce paragraphe ne font appel qu'à la littérature spécialisée de physique des sols, mais il est toutefois bon de noter que d'importants travaux concernant ce sujet ont été faits en génie chimique. On peut même dire que les recherches dans cette discipline (sur les écoulements avec échanges dans les réacteurs chimiques) ont constitué la base des fondements théoriques adoptés par les physiciens des sols. VILLERMAUX (1972 et 1973) présente la correspondance qui existe entre différents modèles mathématiques relatifs à la chromatographie sur colonne. Cet auteur donne également les enseignements qui peuvent être tirés de l'analyse des courbes de sortie (sur colonne chromatographique). Les modèles présentés et les processus physiques analysés en chromatographie sont tout à fait semblables à ceux de la physique des sols.

VILLERMAUX (1975) a d'ailleurs parfaitement établi la liaison entre

les deux disciplines en faisant notamment un effort sur la correspondance des vocabulaires utilisés.

Après l'examen de ces quelques travaux, il apparaît qu'un certain nombre de paramètres peuvent avoir une grande influence sur la dispersion.

a) Le milieu poreux se caractérisant pour son action sur la dispersion par :

- le diamètre moyen de ses grains (d)
- la courbe granulométrique
- la surface spécifique de ses grains
- la densité sèche.

Ces paramètres contrôlent, en effet :

- la dimension des pores, donc le volume offert à l'écoulement et la tortuosité imposée aux particules,
- la quantité d'eau "liée" qui reste fixée à la matrice solide.

b) Des caractéristiques du soluté intervenant dans le phénomène de dispersion, il s'agit essentiellement :

- du coefficient de diffusion moléculaire D_0 défini en solution libre, c'est-à-dire en l'absence de milieu poreux,
- de la faculté du soluté à réagir avec les grains du sol.

c) Les conditions de l'écoulement se manifestant par la valeur de la vitesse vraie des particules dans le milieu poreux: on a vu figure I-7 que les régimes d'un déplacement miscible dépendent de la vitesse moyenne de pore u .

I.4.2 - Transfert de soluté avec écoulement d'eau transitoire

I.4.2.1. Écoulement de l'eau

On dénombre trois types d'approches pour caractériser l'écoulement de l'eau en milieu poreux non-saturé, en régime non-permanent.

La modélisation la plus répandue chez les physiciens du sol est basée sur la conservation de masse d'eau et sur l'équation de DARCY qui exprime que le flux d'eau en un point est proportionnel au gradient du potentiel. Dans ce cas, le potentiel se réduit à deux termes : la gravité et la capillarité. Le coefficient de proportionnalité intervenant dans l'équation de DARCY est appelé conductivité

hydraulique ; il dépend très fortement de la teneur en eau. Un traitement très développé de cette approche a été fait par VACHAUD (1968), où il est montré que la difficulté majeure de cette étude est liée à l'acquisition des caractéristiques du sol, à savoir :

- la relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau qui est très fortement non-linéaire,
- la relation entre la pression de l'eau du sol et la teneur en eau qui présente des cycles d'hysteresis.

Cette difficulté est accrue pour les sols stratifiés (et il s'agit de la majorité des terrains naturels), car on doit alors déterminer les caractéristiques du sol pour chaque tranche de la stratification.

Dans cette description, on suppose que l'eau seule s'écoule et que l'air présent dans le milieu poreux reste à la pression atmosphérique en tout point et à chaque instant.

La seconde modélisation rencontrée dans la littérature est surtout utilisée par les pétroliers. Dans ce cas on tient compte de la présence de plusieurs fluides (eau et air dans le problème qui nous intéresse) qui peuvent s'écouler simultanément. Le mouvement de chaque fluide est décrit par sa conservation de masse et l'équation de DARCY généralisée, dans laquelle on peut prendre en compte les variations de masse volumique et de viscosité des fluides. MOREL-SEYTOUX (1969) présente cette description dans un article de synthèse. La prise en compte de l'écoulement de la phase gazeuse est importante lorsque l'air est bloqué dans le milieu poreux car il se met alors en compression et modifie de manière sensible l'écoulement de l'eau (VACHAUD et al , 1974).

La troisième description basée sur la théorie des processus de la thermodynamique irréversible considère le liquide et le gaz comme un seul fluide filtrant dans le milieu poreux. Les proportions massiques de chaque phase peuvent varier au sein du mélange polyphasique. Cette approche due à MAZUR et PRIGOGINE (GUELIN, 1970), permet de prendre en compte en plus des phénomènes décrits par les autres approches :

- d'autres potentiels : thermiques et osmotiques , par exemple
- une déformation ou un colmatage de la matrice poreuse.

Ce dernier traitement intéresse certains cas très spécifiques tels que l'infiltration d'eau salée en zone aride ou semi-aride où l'on ne peut négliger ni

les effets thermiques, ni les effets osmotiques.

I.4.2.2. Transfert de soluté

Dans l'hypothèse où à un instant t on peut définir une vitesse moyenne de l'eau à travers une section perpendiculaire à l'écoulement, l'équation de "diffusion-convection" (I-4) qui traduit simplement la conservation de masse du soluté peut facilement être étendue aux écoulements transitoires sous la forme (WARRICK et al, 1971) :

$$\frac{\partial C\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{ap} \theta \frac{\partial C}{\partial z} \right] - \frac{\partial Cq}{\partial z} \quad (I-6)$$

Cette équation suppose en outre que toute l'eau présente dans la section considérée s'écoule. En fait, l'équation (I-4) correspondant à l'écoulement d'eau permanent est un cas particulier de l'équation (I-6) avec θ , D_{ap} et q constants.

Dans la relation (I-6) le coefficient D_{ap} ne peut pas être considéré comme constant puisqu'on a vu qu'il varie avec la vitesse d'écoulement u qui, en régime transitoire, varie dans le temps et l'espace.

La résolution de cette équation (I-6) est liée, de manière évidente, à la connaissance de θ et q en fonction du temps et de l'espace.

A partir des résultats expérimentaux obtenus par WARRICK et al (1977), plusieurs études théoriques ont été faites pour calculer les profils (répartition dans l'espace) de teneur en eau et de concentration à différents temps et les comparer aux profils expérimentaux obtenus par ces auteurs, notamment lors d'un essai d'infiltration d'eau salée, immédiatement suivie d'une infiltration d'eau pure sur un sol contenant de l'eau pure. La teneur en eau atteinte durant l'infiltration est de l'ordre de $0.38 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ alors que la teneur en eau initiale est de l'ordre de $0.20 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$.

WARRICK et al, dans leur article présentent un calcul simplifié, considérant D_{ap} (équation I-6) comme une constante. La comparaison entre profils expérimentaux et profils calculés à 11 h est donnée figure I-10. On remarque que le bilan de masse de soluté est respecté, que la valeur de maximum de concentration est également bien simulé, mais que le profil expérimental de soluté est nettement plus profond que le profil calculé.

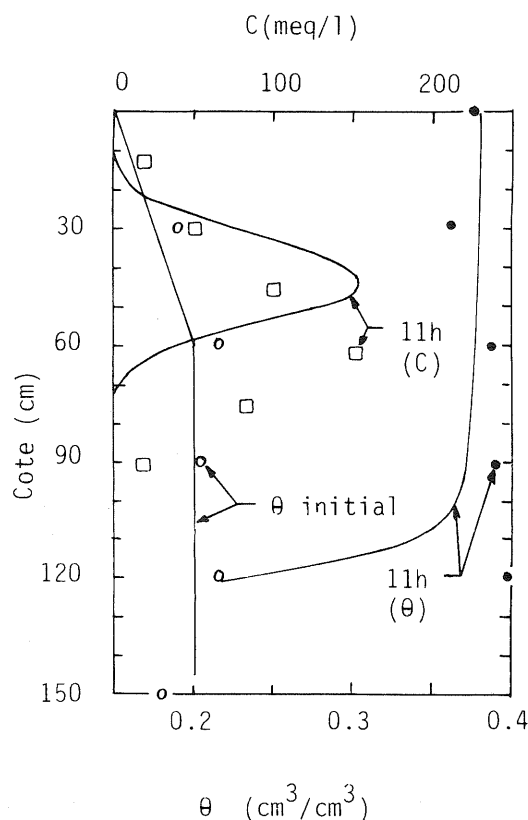


Figure 1-10 : Profils expérimentaux et théoriques de concentration en chlore et de teneur en eau (d'après WARRICK et al, 1971).

Un résultat très important ressort de cet essai : la profondeur à laquelle est parvenue l'eau est bien supérieure à la profondeur atteinte par le chlore au même instant, alors que l'injection à la surface était simultanée. La teneur en eau initiale du sol est dans ce cas importante (environ égale à 0.20). Ce résultat est confirmé par d'autres études expérimentales (KIRDA et al 1973, GHUMAN et al 1975) qui montrent en outre que lorsque le sol est initialement sec, il n'y a pas de différence de vitesse de propagation de l'eau et du soluté.

BRESLER (1973-a) a fait également des calculs à partir des résultats expérimentaux de WARRICK et al, mais cette fois en prenant un coefficient de dispersion D_{ap} variable avec la teneur en eau et de la forme :

$$D_{ap}(\theta) = D_0 a^{\theta} \quad (I-7)$$

où D_0 est la diffusion moléculaire

a et b sont des coefficients dépendant du sol.

Les profils de concentration présentés en pointillés sur la figure I-11 ne présentent pas une amélioration très sensible par rapport aux résultats de WARRICK et al.

Pour avoir un meilleur ajustement entre calcul et expérience, BRESLER (1973-b) prend en compte une exclusion de chlore supposé être initialement dans le milieu poreux. Le résultat correspondant est présenté en trait plein sur la figure I-11.

Dans ce dernier cas le calcul simule très bien l'expérience, mais il se pose deux questions importantes :

- le bilan de masse de chlore est-il alors respecté ? L'auteur ne répond pas à cette question.

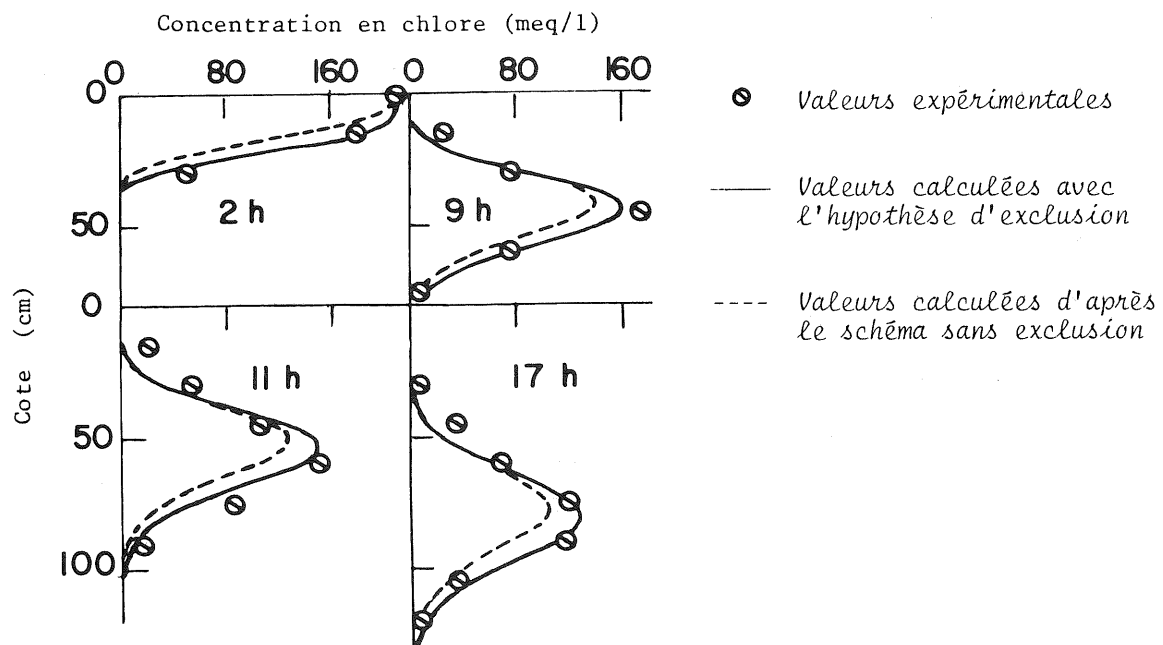


Figure I-11 : Comparaison entre valeurs calculées et expérimentales (d'après BRESLER, 1973-a et 1973-b).

- Comment, avec une exclusion aussi importante, la concentration en chlore peut-elle être nulle entre le front d'humidité et le front de salinité (figure I-10) ? En effet si l'eau qui percole arrache du chlore au sol, elle devrait le faire dès le passage du front d'eau. La concentration en chlore devrait alors être mesurable dans la partie située le plus en aval du profil de teneur en eau.

KIRDA et al (1973) constatent également une différence entre les résultats expérimentaux et ceux acquis par le calcul à partir de l'équation (I-6). Ils prennent alors en compte, pour respecter la forme des profils expérimentaux, une variation de la vitesse d'écoulement moyenne de l'eau en fonction du temps. Cette condition associée à un coefficient de dispersion constant permet d'obtenir des résultats corrects (figure I-12).

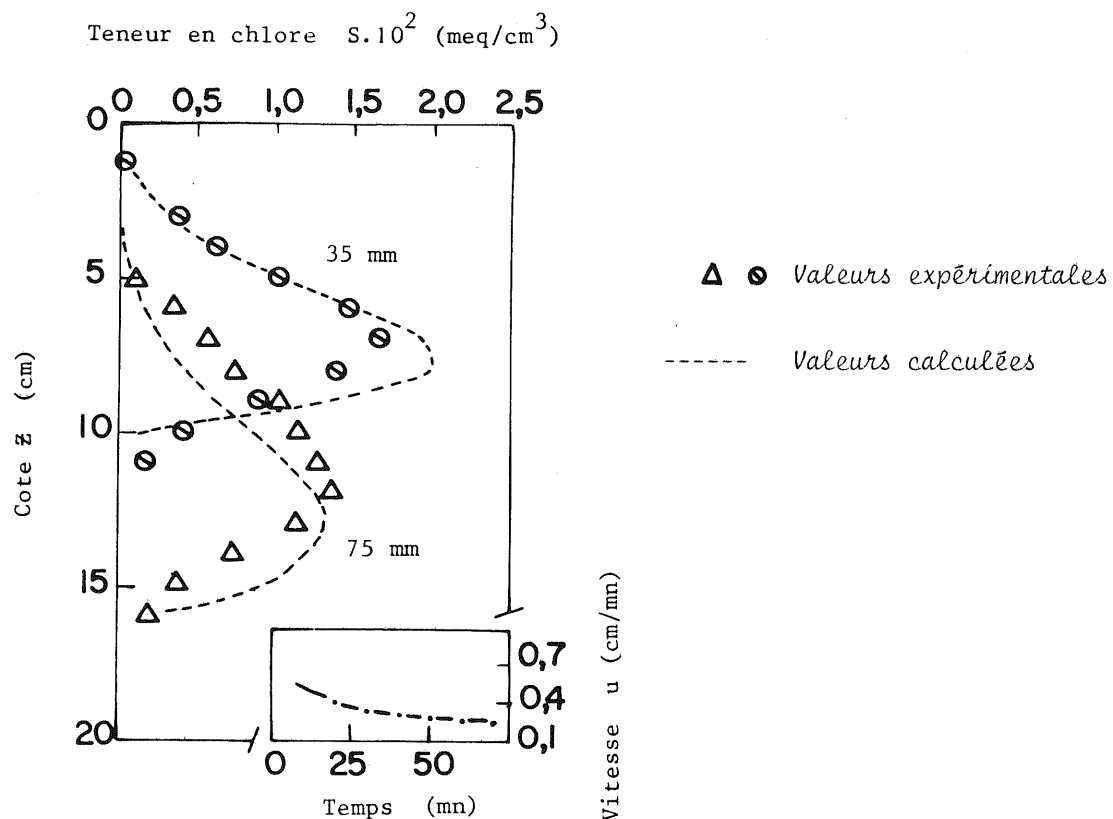


Figure I-12 : Comparaison entre profils expérimentaux et calculés (d'après KIRDA et al, 1973).

La vitesse de pore prise en compte est considérée comme uniforme dans toute la zone d'humidification, à un instant donné. Cette hypothèse n'est pas du tout justifiée physiquement, car il existe une répartition des vitesses en fonction de la profondeur. Dans le cas de l'infiltration en sol sec présentée figure I-12, cette répartition spatiale des vitesses (ignorée par les auteurs) est certainement beaucoup plus importante que la variation temporelle de la vitesse moyenne prise en compte.

KIRDA et al (1974) présentent également des essais d'infiltration suivis de redistribution d'eau dans le sol. Après avoir fait plusieurs essais où varient :

- la teneur en eau initiale du sol
- le débit d'eau imposé à la surface du sol

les auteurs concluent que l'efficacité (définie en volume d'eau utilisé) du lessivage d'un sol est meilleure lorsque l'on injecte plusieurs faibles volumes d'eau à faible débit plutôt qu'une seule grosse injection à fort débit. Les auteurs signalent que ces résultats doivent être confirmés notamment en prenant en compte l'hystérésis des caractéristiques hydrodynamiques des sols.

Enfin WOOD et DAVIDSON (1975) et SELIM et al (1976) ont introduit dans l'équation (I-6) un terme de puits, de manière à prendre en compte l'adsorption de certains herbicides (Fluometuron et 2,4-D). Les valeurs de concentration que ces auteurs obtiennent sont en bon accord avec leurs valeurs expérimentales.

I.4.3 - Transfert couplé eau-soluté sur un terrain naturel

Les mécanismes que nous avons décrits précédemment interviennent également dans les sols naturels, mais la caractérisation (hydrodynamique et dispersive) de ces sols devient très délicate. La mesure de la teneur en eau à une profondeur donnée, à l'aide d'une sonde neutron, fait intervenir une sphère d'influence d'environ 20 à 30 cm de diamètre. De même, le prélèvement de l'eau du sol pour analyse à l'aide de bougies poreuses, intéresse un volume de sol à peu près identique à celui de la mesure en teneur en eau. Dans ces conditions les méthodes de mesure font intervenir des volumes de sol importants et l'échelle à laquelle est étudiée le phénomène dépasse largement l'échelle de l'E.V.R.

Il est cependant possible de faire des mesures suffisamment localisées, sur une verticale (WARRICK et al 1971, JEGAT 1975). Pour la caractérisation d'un champ de surface supérieure à l'hectare, on se heurte à la variation spatiale des caractéristiques du sol.

BIGGAR et NIELSEN (1976) ont essayé de déterminer les conductivités hydrauliques et les coefficients de dispersion apparents d'un sol sur 150 hectares. Dans le cas d'un sol totalement saturé en eau, ils ont montré que l'estimation de la moyenne des paramètres recherchés nécessite environ 100 points de mesure pour avoir une précision de 50% pour la conductivité hydraulique à saturation et 200 points pour avoir une précision de 50% sur le coefficient de dispersion à saturation.

Outre les difficultés de mesure, la variation spatiale des caractéristiques d'un sol naturel rendent à l'heure actuelle les études prohibitives, à l'échelle d'un terrain de plusieurs hectares.

La possibilité de mesurer de manière satisfaisante les mouvements de l'eau et les transferts de substances chimiques solubles, sur une verticale donnée permet cependant de définir, à cette échelle, les phénomènes physiques importants. On peut ainsi étudier par exemple quel mode d'arrosage donne le meilleur lessivage, ou quelle teneur en eau doit avoir un sol pour que l'engrais répandu reste le plus longtemps possible dans la zone racinaire. De telles études, bien que ponctuelles, trouvent une application pratique importante, extensible à l'échelle du terrain, bien que la variation spatiale de ses caractéristiques soit très importante.

I.5 - DISCUSSION ET DOMAINE D'ETUDE

I.5.1 - Discussion

De la revue bibliographique précédente, il ressort qu'un volume d'expériences assez important a été fait en laboratoire, mais peu d'essais ont été consacrés aux transferts transitoires dans les sols non saturés.

Un effort considérable a été fait pour interpréter les résultats par l'équation de diffusion-convection, en essayant de déterminer le coefficient de dispersion apparent D_{ap} .

L'eau n'ayant pas un profil de vitesse uniforme, certains schémas simplifiés ont été proposés pour prendre en compte une distribution de vitesses. Ces schémas n'ont pas eu une audience très importante auprès des physiciens du sol.

La substance chimique en solution dans l'eau étant souvent inactive vis-à-vis du milieu poreux, un terme de source ou de puits est ajouté à l'équation de diffusion-convection pour tenir compte de l'échange. L'expression mathématique de ce terme dépend du type d'échange qui intervient.

L'analyse des courbes de sortie a été largement utilisée, car elle ne nécessite que du matériel simple et peu coûteux. Il suffit de connaître le débit d'eau imposé et de prélever des échantillons d'eau à la sortie aux fins d'analyse. Dès que l'on veut faire des mesures in-situ, le matériel expérimental devient beaucoup plus lourd (teneur en eau, pression) et surtout les techniques de mesure de concentration non-destructives in-situ, sont très peu développées.

Le traitement mathématique des modèles de complexité supérieure à la diffusion-convection pose deux types de problème :

- dès que l'on change certains types de conditions aux limites, ou dès que l'on considère des échanges non-linéaires, les solutions analytiques, du système d'équations développé, deviennent très délicates, sinon impossibles, à acquérir. Il est alors nécessaire de recourir à des résolutions numériques qui mettent en oeuvre de gros moyens de calcul
- la prise en considération de distributions de vitesses ou d'échanges physico-chimiques impose de déterminer plusieurs coefficients différents (au lieu d'un seul, D_{ap} , dans le cas de l'équation I-4).

Enfin, l'étude du transfert transitoire en non-saturé impose de connaître de manière précise l'écoulement de l'eau, ce qui conduit à alourdir le dispositif expérimental et à compliquer singulièrement le modèle mathématique, donc sa résolution.

I.5.2 - Domaine d'étude

La grande quantité de travaux faits au régime permanent et en sol totalement saturé a permis de dégager le comportement général d'une substance soluble transitant dans un sol. Les études à caractère général (PFANNKUCH - 1964, FRIED et COMBARNOUS -1971, KLOTZ et MOSER, 1974) montrent que l'on peut estimer sommairement le coefficient de dispersion à partir de la seule connaissance du sol et du soluté. Néanmoins, pour une estimation précise du coefficient de dispersion il est nécessaire de faire des expériences. De plus, pour être assuré de la validité du modèle ne faisant intervenir que la dispersion, il est également nécessaire de faire des mesures sur le milieu poreux réel.

La première partie de notre étude a consisté à développer une technique et une technologie de mesure non-destructives des concentrations en soluté dans le milieu poreux, applicable aux régimes d'écoulements transitoires. Les données obtenues se sont révélées de bonne qualité, et dès lors il a été possible de les exploiter pour :

- mettre en évidence l'importance de la désaturation en eau sur les courbes de sortie
- déterminer les valeurs numériques différents paramètres intervenant dans les modèles mathématiques et tester leur sensibilité à partir d'essais réalisés en régime hydrodynamique permanent
- employer les paramètres ainsi déterminés pour tester le modèle en régime d'écoulement d'eau transitoire, après avoir résolu numériquement le système d'équations proposé.

La nouveauté et la complexité des deux parties (expérimental et théorique) de cette étude, nous ont imposé de restreindre notre travail à des cas très simples (sans échange soluté-sol par exemple), de manière à ne pas faire interférer plusieurs phénomènes différents mais aussi pour que les mesures soient facilement contrôlables (par bilan de masse). Ceci nous a conduit à définir des conditions de travail très strictes qui excluent notamment :

- la stratification du milieu poreux
- les échanges physico-chimiques en soluté et sol
- la redistribution de l'eau après infiltration
- les gonflements des sols.

I.5.3 - Conditions de travail

Afin de définir clairement le cadre de notre étude, nous rappelons ici les conditions dans lesquelles nous allons travailler.

a) La matrice solide est indéformable, et elle est supposée homogène et isotrope à l'échelle macroscopique.

b) L'écoulement est unidirectionnel (vertical).

c) L'écoulement est isotherme.

d) La phase liquide est supposée continue.

e) La phase gazeuse est partout à pression constante (atmosphérique)

f) Les variations de masse volumique et de viscosité, de la solution en fonction de la concentration en soluté sont faibles.

g) La matrice solide est inerte, il n'existe pas d'interactions chimiques entre les diverses phases en présence.

Ces conditions sont évidemment très restrictives quant à la généralité du problème, mais elles permettent une approche satisfaisante, tant pour le problème hydrodynamique que pour le problème du transfert de soluté.

La théorie développée à partir de ces conditions de travail, ne sera naturellement valable que dans les cas où ces conditions seront physiquement correctes, ce qui est finalement vrai dans de nombreux cas en hydrologie. La restriction du problème permet en outre d'obtenir des informations nécessaires et significatives pour l'analyse et la compréhension des transferts couplés d'eau et de soluté, en milieu partiellement saturé.

Nous nous livrerons, au cours de la modélisation (chapitre IV) à un examen critique de ces conditions, chaque fois que l'une d'entre elles interviendra dans l'écriture des équations.

CHAPITRE II

METHODE DE MESURE ET DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Les techniques de mesure et le matériel expérimental utilisés dans notre étude ont déjà été largement décrits dans des travaux antérieurs (GAUDET 1974, JEGAT 1975). Néanmoins la description en est reprise ici, dans un souci de clarté et de cohésion de présentation de l'ensemble du travail.

Afin de définir finement, à partir de données expérimentales, les transferts couplés eau-soluté, nous avons été amenés à faire des mesures in-situ dans un sol sableux. La seule analyse des courbes de sortie peut être suffisante dans le cas d'écoulements d'eau permanents, mais elle devient insuffisante dès que l'on veut caractériser un transfert d'eau transitoire. Le but de nos mesures est donc d'acquérir simultanément et en plusieurs points du massif poreux :

- la pression de l'eau du sol
- la teneur en eau
- la concentration en soluté de l'eau du sol.

Pour être significatives et exploitables, ces mesures sont soumises à certains impératifs :

- non destruction du modèle expérimental
- dynamique de réponse rapide des appareils par rapport à la vitesse de propagation du phénomène observé
- parfaite localisation de la mesure pour avoir un résultat aussi ponctuel que possible
- acquisition spatio-temporelle des résultats pour suivre l'évolution des phénomènes observés
- possibilité d'enregistrement des résultats acquis, pour accéder au plus grand nombre possible de données.

Les considérations précédentes ont guidé la conception et la réalisation pratique de l'appareillage de mesure utilisé. Une partie du dispositif expérimental est classiquement utilisé depuis plusieurs années à l'Institut de Mécanique de Grenoble (VACHAUD 1968, THONY 1970), il s'agit :

- des mesures de teneur en eau par gammamétrie
- des mesures de pression par tensiométrie.

Une partie nouvelle de l'appareillage a été mise au point au cours du travail que nous présentons, il s'agit :

- des mesures de concentration par résistivimétrie.

II.1 - MESURE DE LA TENEUR EN EAU

II.1.1 - Principe de la mesure

Cette technique de mesure a connu un développement considérable depuis quelques années, nous nous bornerons donc à rappeler quelques notions élémentaires.

Le rayonnement γ (formé d'ondes électromagnétiques) émis par une source radio-active, traverse un échantillon de sol humide, pour être ensuite analysé grâce à un détecteur (figure II-1).

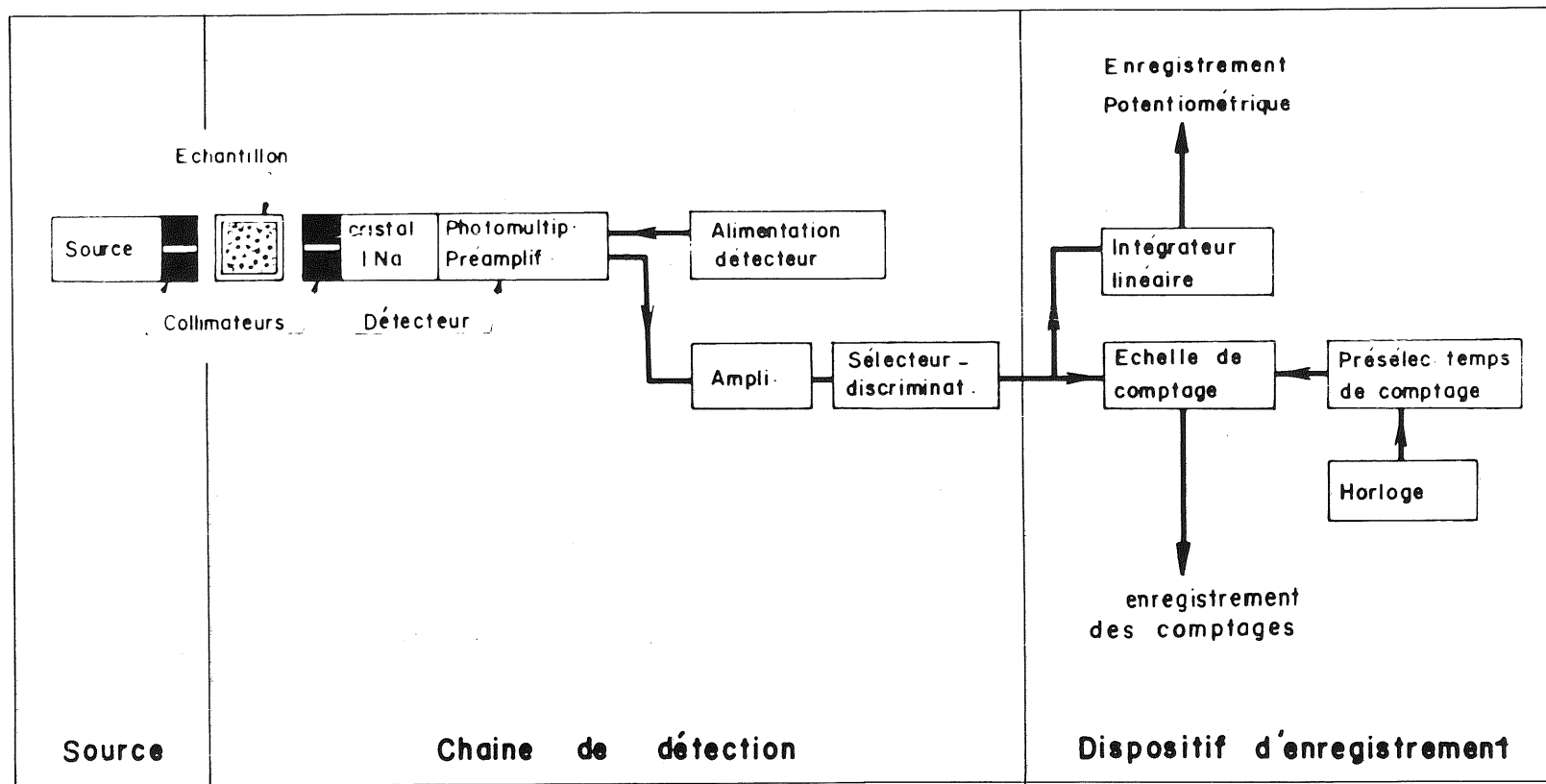
L'interaction entre le rayonnement γ et l'échantillon traversé peut être :

- Une absorption vraie, correspondant à une perte totale d'énergie du photon émis.
- Une diffusion ou effet Compton, où les photons sont déviés de leur trajectoire par choc, avec perte partielle d'énergie.

Si le faisceau parallèle incident est un rayonnement monoénergétique la variation d'intensité du faisceau due à la traversée d'un absorbant homogène (en masse volumique) sera donnée par la loi d'absorption :

$$I/I_0 = \exp (-\rho \bar{\mu} x) \quad (\text{II-1})$$

- où
- I/I_0 est le rapport de l'intensité du faisceau atténué à l'intensité du faisceau incident
 - $\bar{\mu}$ est le coefficient d'absorption massique de l'absorbant (M^{-1}L^2)
 - ρ est la masse volumique de l'absorbant (M L^{-3})



Dispositif de mesure des teneurs en eau

Figure II-1

- x est l'épaisseur de l'absorbant (L)

La difficulté majeure de cette technique consiste à réaliser pratiquement les hypothèses correspondant à cette loi d'absorption exponentielle. Il faut notamment respecter les points suivants :

a) La source radio-active doit posséder un pic énergétique d'émission parfaitement défini, et sa dérive (faiblissement) en fonction du temps doit être faible.

De plus, pour des raisons de sécurité d'emploi, l'énergie du rayonnement ne doit pas être trop élevée.

Ces différentes conditions sont parfaitement remplies par l'américium 241 .

b) La température de la salle où sont effectuées les mesures doit être régulée car le détecteur est très sensible aux variations de température.

c) La géométrie du système (collimateurs) doit être d'excellente qualité, pour assurer un parallélisme satisfaisant du faisceau, mais aussi pour diminuer l'influence de l'effet Compton.

d) Le détecteur doit permettre une discrimination des photons, en éliminant les photons secondaires diffusés, qui se trouvent dans un état énergétique plus faible.

L'intensité du rayonnement pourra être caractérisée par le nombre N de photons émis pendant un intervalle de temps. Ce nombre étant pour une géométrie donnée, proportionnel à l'intensité du rayonnement, on peut écrire :

$$N/N_0 = \exp (- \rho \bar{\mu} x) \quad (\text{II-2})$$

où N_0 est le nombre de photons émis par la source pendant le temps Δt
 N est le nombre de photons non absorbés et détectés pendant Δt

Dans notre cas, du fait de la présence de sol et d'eau, nous avons :

$$N/N_0 = \exp \left[- (\bar{\mu}_d \rho_d + \bar{\mu}_w \rho_w \theta) x \right] \quad (\text{II-3})$$

Les indices d et w sont relatifs au sol sec et à l'eau.

Dans le cas général, la méthode de mesure consistera à déterminer l'un des six paramètres ($\bar{\mu}_d$, $\bar{\mu}_w$, ρ_d , ρ_w , θ , x) à partir de la connaissance des cinq autres et du rapport N_0/N .

L'électronique de mesure possède un temps de résolution Tr , temps minimum qui sépare deux impulsions pour que celles-ci puissent être comptées.

Si N impulsions ont été enregistrées pendant l'unité de temps, l'appareillage de détection aura été insensible pendant un temps égal à $N.Tr$. Le rapport du nombre d'impulsions réelles au nombre d'impulsions comptées est égal au rapport du temps total au temps actif, soit :

$$\frac{N_c}{N} = \frac{1}{1 - N.Tr} \quad (\text{II-4})$$

d'où le taux de comptage réel

$$N_c = N \frac{1}{1 - N.Tr} \quad (\text{II-5})$$

Dans notre cas, nous avons déterminé à l'aide d'un générateur d'impulsions à fréquence variable, un temps de résolution :

$$Tr = 3,4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Enfin, signalons que l'émission du rayonnement γ par une source radio-active est un processus aléatoire qui obéit à une loi de POISSON, l'écart type de la mesure (effectuée pendant le temps t) vaut donc :

$$\sigma = \sqrt{Nt} \quad (\text{II-6})$$

En choisissant un degré de certitude de 95%, l'erreur relative sur un taux de comptage pendant un intervalle de temps t sera donc :

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{2}{\sqrt{Nt}} \quad (\text{II-7})$$

Il apparait clairement que l'augmentation du temps de comptage donne une précision meilleure, toutefois ce temps ne doit pas être trop grand, pour représenter un temps de mesure instantané.

Un temps de comptage de 60s semble concilier ces deux exigences.

Un calcul d'erreur complet pour un sol de nature semblable à celui que nous avons utilisé (VAUCLIN, 1971) donne une erreur relative sur la teneur en eau inférieure à 3,2 %. Nous noterons toutefois que cette estimation est optimiste, car elle ne tient pas compte de la prise de moyenne sur un intervalle de temps. Cette prise de moyenne est peu influente sur la valeur de la teneur en eau lors de faibles variations de teneur en eau en fonction du temps, mais peut devenir sensible dans le cas de variations brutales de θ (passage d'un front d'humidification).

II.1.2 - Influence de la concentration en soluté sur la mesure de la teneur en eau

Il est important de connaître l'influence de la présence de soluté, sur la méthode de mesure utilisée pour déterminer la teneur en eau.

Nous avons pour cela remplacé l'échantillon de sol par de l'eau distillée, et des solutions à différentes concentrations, dans un récipient de deux centimètres d'épaisseur. Cette épaisseur a été choisie, parce qu'elle correspond à la même atténuation du rayonnement gamma que celle due à la teneur en eau maximale obtenue au cours de nos essais.

On trouvera tableau II-1 le résultat de ces essais (où N est la valeur du comptage en 60 sec.).

Concentration en CaCl (g/l)	1	3	6
N coups	388 732	389 085	388 258
$ \Delta N = N - N_0 $	909	556	1383
$\left \frac{\Delta N}{N} \right $	0,0023	0,0014	0,0035

Tableau II.1

Dans le tableau ci-dessus N_d est relatif à l'eau distillée et vaut $N_d = 389\,641$ cps. En faisant le calcul d'erreur explicité au paragraphe précédent, il vient :

$$\left| \frac{\Delta N_d}{N_d} \right| = \frac{2}{\sqrt{N_d}} = 0,0032$$

Il apparaît alors que la perturbation apportée à la mesure, par la présence de soluté, est de l'ordre de grandeur de la précision de la mesure.

On peut donc en conclure que la méthode de détermination de la teneur en eau est pratiquement indépendante de la concentration.

II.2 - MESURE DE LA PRESSION DE L'EAU DU SOL

II.2.1 - Principe de la mesure

Nous employons, pour mesurer la pression de la phase liquide présente dans le sol, un dispositif tensiométrique qui se compose :

- d'un filtre semi-perméable (imperméable à l'air, et perméable au liquide)
- d'un capteur associé au filtre, par l'intermédiaire d'une réserve saturée en liquide.

a) Le filtre semi-perméable est une paroi poreuse, constituée de verre fritté, qui doit satisfaire à deux impératifs :

- Le temps de réponse doit être le plus faible possible, c'est-à-dire que le liquide doit pouvoir traverser facilement le filtre. On caractérise cette propriété de la paroi poreuse par sa conductance K'

$$K' = \frac{\Delta V}{\Delta t \Delta h} \quad (\text{II-8})$$

où : $\Delta h = h_s - h_t$

Pour une dimension de pore de $3 \cdot 10^{-4}$ cm la conductance K' vaut à peu près $3 \cdot 10^{-4}$ cm²/(s.m.bar). K' représente le volume de liquide qui traverse la cellule par unité de temps et par unité de différence de pression entre le liquide dans le sol (h_s) et le liquide dans la réserve (h_t).

- La paroi poreuse doit être effectivement imperméable à l'air. Pour ce faire, le diamètre des pores doit être suffisamment petit, pour que, à la pression maximum (en valeur absolue) enregistrée au cours des essais, l'air ne pénètre pas dans le dispositif tensiométrique par effet capillaire.

Il apparaît donc que les cellules poreuses, en contact avec le sol, doivent faire l'objet d'une double optimisation :

- concilier une perméabilité suffisante (pour le temps de réponse) et une finesse de pore adéquate (pour l'imperméabilité à l'air)
- avoir une surface de passage assez grande, mais compatible avec la nécessité d'une mesure ponctuelle.

b) Le capteur de pression associé à la cellule poreuse, doit mettre en jeu des variations de volume les plus faibles possibles. Les capteurs de pression à membrane déformable utilisés pour nos mesures répondent particulièrement bien à cette exigence.

On définit pour traduire cette propriété du capteur, un coefficient de sensibilité S'

$$S' = \frac{\Delta h_t}{\Delta V} \quad (\text{II-10})$$

Pratiquement pour des capteurs de pression du type STATHAM PM6 TC $\pm 2,5$ psi à déformation élastique de membrane, la valeur de S' est 28 bars/cm³.

Le temps de réponse du dispositif tensiométrique complet est caractérisé par une constante de temps τ telle que :

$$\tau = \frac{1}{K' S'} \quad (\text{II-11})$$

soit, numériquement dans notre montage, une valeur de 0,119 sec.

II.2.2 - Précautions particulières

Le bon fonctionnement du dispositif tensiométrique dépend également d'autres facteurs, notamment :

- Un contact excellent doit être assuré entre la cellule poreuse et le sol, de manière à assurer la continuité entre l'eau présente dans le massif

poreux et l'eau du capteur, même pour les faibles teneurs en eau.

- L'enceinte qui relie le tensiomètre au capteur de pression doit être parfaitement saturée en liquide, pour que les mesures soient significatives.

- L'emploi d'eau désaérée est préférable, pour éviter l'apparition de cavitations dans la cellule poreuse lorsque la pression de l'eau devient très faible.

Enfin, il est nécessaire de contrôler fréquemment l'état de propreté des parois poreuses, le soluté transitant dans les pores pouvant se déposer à la suite de plusieurs expériences, et diminuant de ce fait la conductivité des cellules, ce qui se traduit par une augmentation du temps de réponse, et peut créer des erreurs de mesure importantes.

II.3 - MESURE DE LA CONCENTRATION EN SOLUTE

Deux solutés ont été utilisés :

- le chlore sous forme de chlorure de calcium (CaCl_2)
- le tritium sous forme d'eau tritiée ($^3\text{H}_2\text{O}$)

II.3.1 - Mesure de la concentration en tritium

Le tritium n'a été utilisé que comme comparaison avec le chlore, et sa concentration dans l'eau du sol n'a été déterminée qu'à la sortie des colonnes (par prélèvement d'échantillons). Les mesures de concentrations en tritium ont donc été limitées à l'établissement des courbes de sortie. Le tritium étant émetteur d'un rayonnement β , on pourra utiliser la scintillation liquide comme méthode de détermination des concentrations des échantillons d'eau prélevés.

Le principe de la mesure est la suivante :

L'eau tritiée prélevée est mélangée (en rapport constant) avec un liquide scintillant. Le rayonnement β émis par le tritium excite les molécules du liquide scintillant qui émettent une énergie lumineuse proportionnelle à l'énergie du rayonnement émis par le tritium pour revenir à leur état initial. Cette énergie lumineuse est détectée à l'aide d'un photo-multiplicateur qui transforme le rayonnement lumineux en impulsions électriques (dont le potentiel électrique est

proportionnel à l'énergie du rayonnement reçu). Une sélection, après amplification, des impulsions délivrées par le photo-multiplicateur permet enfin de déterminer les concentrations en tritium de l'échantillon analysé.

Nous ne disposons pas dans notre laboratoire de spectromètre à scintillation liquide. En conséquence les analyses concernant le tritium (et reportées dans ce mémoire) ont été faites au service SARR du Centre d'Etude Nucléaire de Grenoble.

Ces mesures à l'aide de corps radio-actifs ont été limitées pour deux raisons pratiques :

- La concentration maximale admissible (C.M.A.) dans l'eau est de 3.10^{-3} m Ci/l pour le tritium et les concentrations que nous utilisons sont de l'ordre de 100 fois plus grandes, ce qui implique des précautions d'emploi très strictes (en particulier de stocker toutes les solutions pour les diluer au moins à la C.M.A. avant rejet).
- L'Institut de Mécanique ne dispose pas de spectromètre à scintillation liquide, ce qui impose des transports fastidieux d'échantillons.

II.3.2 - Mesure de la concentration en chlorure de calcium

Le choix du chlorure de calcium (Ca Cl_2) comme soluté résulte de plusieurs facteurs :

- absence, aux erreurs des mesures près, d'échanges physico-chimiques avec le sol utilisé (ce qui a été montré sur ce sol par JEGAT, 1976)
- bonne dissociation ionique et bonne conduction électrique en solution dans l'eau
- absence de toxicité du produit aux concentrations avec lesquelles nous avons travaillé
- facilité de dosage chimique (pour contrôle des mesures par conductivité)
- faible coût.

Pour déterminer les concentrations en chlore de l'eau du sol, nous avons utilisé principalement la mesure de la résistance électrique d'un volume déterminé d'eau salée. C'est donc cette méthode de mesure qui sera décrite, les mesures par dosages chimiques n'étant mentionnées que comme moyens de contrôle.

II.3.2.1. Principe de la mesure

L'application d'une différence de potentiel électrique aux bornes de deux électrodes plongées dans un milieu matériel, crée au sein de ce milieu un champ électrique E avec l'apparition :

- d'un courant électrique entre les électrodes,
- de charges superficielles, sur les électrodes.

L'ensemble électrodes-milieu matériel se comporte alors comme un corps conducteur de résistance R et une capacité de valeur C .

Deux types de mesures électriques sont donc théoriquement possibles : soit capacitive, soit résistive. Il a été montré (TRAN NGOG LAN et al - 1970) que la méthode capacitive n'est pratiquement pas sensible à la présence d'un soluté dans l'eau.

Par contre, la présence d'ions influe très significativement sur la résistance électrique du sol.

Les mesures capacitives seront donc plutôt indiquées pour déterminer des teneurs en eau, alors que les mesures résistives trouveront leur intérêt dans la détermination de concentrations ioniques.

En conséquence, la méthode de mesure que nous avons choisie, est la mesure de la résistance électrique d'un volume limité de sol confiné dans des électrodes.

La conductibilité électrique des sols humides est essentiellement de type ionique, et le rôle de l'eau à ce point de vue est triple :

- apport d'ions (présence d'un soluté)
- déplacement de ces ions d'autant plus facile que l'eau est en plus grande quantité
- remise en solution des ions adsorbés sur les particules solides.

La remise en solution des ions adsorbés sur les parois des grains constituant le sol est surtout importante pour les argiles. Pour un sable tel que celui que nous employons cet effet peut être négligé, sauf pour les très faibles concentrations en soluté, concentrations que nous ne considérons pas dans notre étude en régime non saturé.

Il apparait donc que la résistance électrique d'un volume déterminé de sol humide, pour un volume donné, dépend de la quantité d'ions présents dans ce volume (donc de la concentration en soluté) et de leur facilité à se déplacer (donc de la teneur en solution).

L'inconnue R (résistance électrique) sera donc exprimée en fonction des deux variables d'état θ (teneur en eau) et C (concentration en soluté).

On pourra alors expliciter C en fonction de R et θ , ces deux dernières valeurs étant déterminées expérimentalement.

Il est possible d'écrire des relations empiriques entre ces grandeurs, mais la formulation finale fait apparaître cinq paramètres purement phénoménologiques, et très difficiles, voire impossible, à appréhender.

Sachant qu'il existe une relation entre R , θ et C nous avons préféré obtenir par traitement statistique la concentration en fonction de la résistance R , et de la teneur en solution θ .

Cette méthode de mesure est basée sur l'acquisition d'une résistance électrique variable dans le temps. Cette variation pouvant être très rapide, nous avons été amenés à adapter un matériel qui permette de suivre des changements rapides d'une résistance.

II.3.2.2. Principe du résistivimètre

Le résistivimètre utilisé a été développé et mis au point à l'Institut de Mécanique de Grenoble, lors d'une recherche effectuée dans un tout autre domaine (Mesure des fluctuations géométriques de surface libre, HUSSENOT-DESENGES 1972). C'est un circuit oscillant, dont la période d'oscillation est proportionnelle à la résistance à mesurer, ramenant ainsi la mesure d'une résistance à la mesure d'une période. On en propose figure II-2 une représentation schématique.

Soient E^+ et E^- les tensions appliquées respectivement aux bornes + et - d'un comparateur.

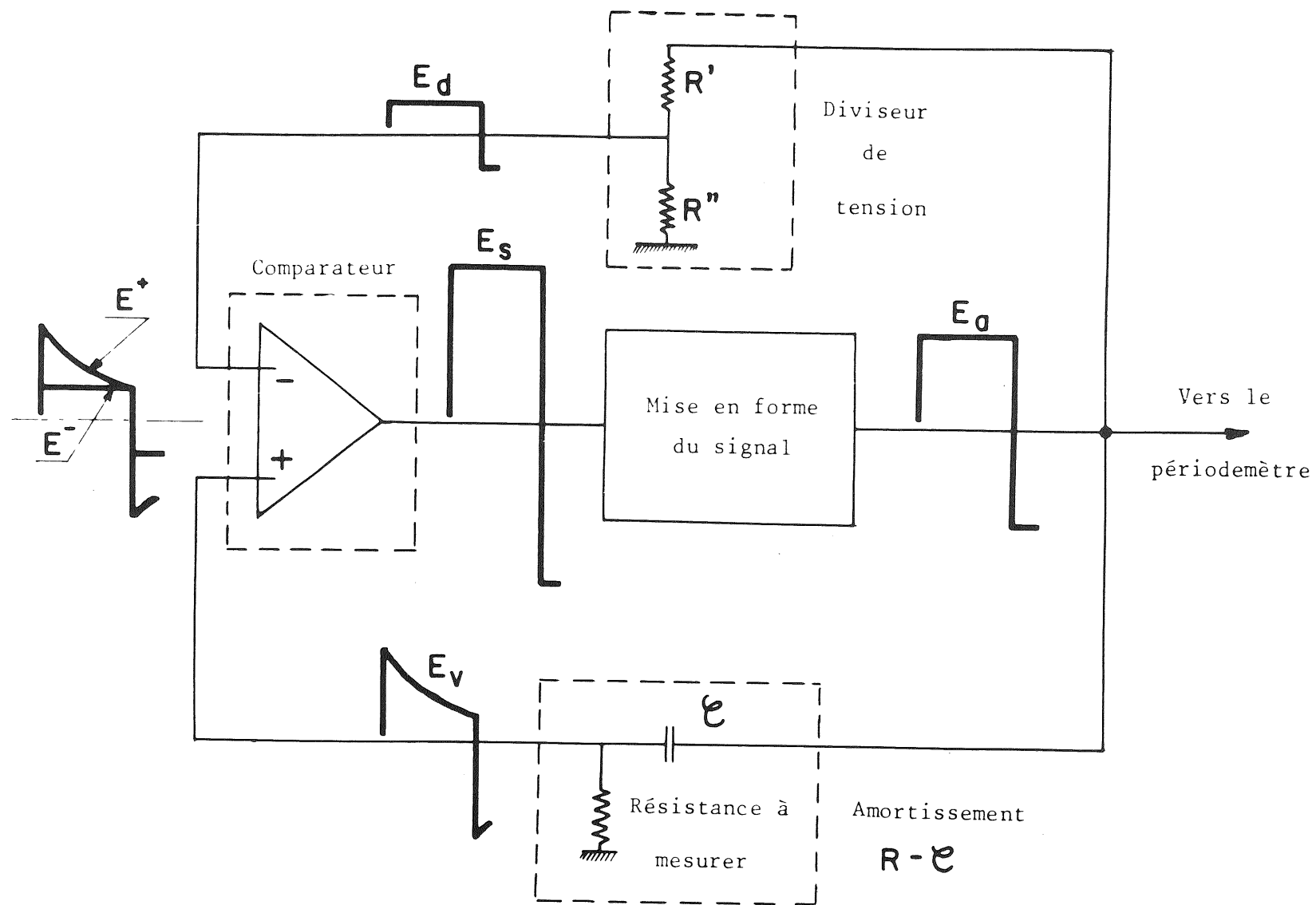


Figure II.2 - Schéma de fonctionnement du resistivimètre

Ce comparateur placé à l'entrée du circuit fonctionne de la manière suivante :

- la borne - est la borne de référence
- si la différence ($E^+ - E^-$) est positive la tension E_S délivrée par le comparateur à sa sortie est positive
- si la différence ($E^+ - E^-$) est négative, la tension E_S est négative.

Le signal (E_S) obtenu à la sortie du comparateur est mis en forme pour obtenir des niveaux de tension E_a parfaitement définis et constants.

Considérons le cas où la tension E_S est positive.

Le signal ayant la tension E_a est bouclé sur les entrées du comparateur sous deux formes :

- d'une part la tension E_a est divisée par un facteur constant, et l'on obtient une nouvelle valeur constante de la tension E_d , qui servira de tension de référence (seuil) sur l'entrée - du comparateur,
- d'autre part la tension E_a est amortie par un circuit $R - C$ (dont la résistance R est celle que l'on veut mesurer) et la tension E_V obtenue est envoyée sur l'entrée + du comparateur. L'amortissement de la tension E_V en fonction du temps est donné par la relation :

$$E_V = E_a e^{-t/RC} \quad (II-12)$$

Les tensions appliquées à l'entrée du comparateur sont donc devenues E_V et E_d . Le comparateur teste à chaque instant la différence ($E_V - E_d$), et dès que cette différence change de signe (c'est-à-dire devient négative dans le cas que nous avons considéré) la tension de sortie E_S change aussi de signe.

La comparaison entre E_V et E_d recommence, avec des valeurs négatives pour ces tensions, la différence initiale entre E_V et E_d étant négative. Le même processus que celui que nous venons de décrire est alors engagé, pour obtenir un nouveau basculement de la tension E_S , créant ainsi un signal périodique, dont la demi-période représente la durée pendant laquelle $|E_V| > |E_d|$.

Il existe entre les tensions E_a , E_V , la demi-période T , la résistance R et la capacité C la relation (voir figure II-3) :

$$E_d = E_a \cdot e^{-T/R\epsilon} \quad (\text{II-13})$$

La demi-période est donc :

$$T = R\epsilon \text{ Log } \frac{E_a}{E_d} \quad (\text{II-14})$$

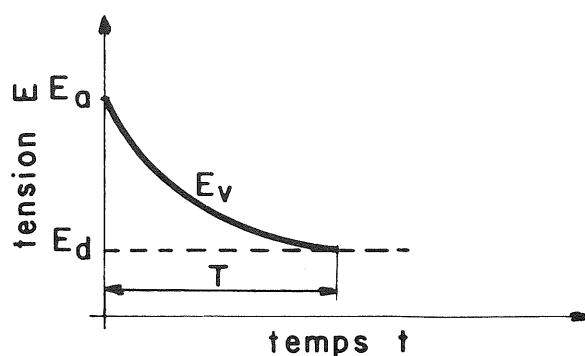


Fig. II-3 : Amortissement d'une tension par un circuit R - ϵ

Les valeurs du rapport E_a/E_d et de la capacité ϵ , fixées par le circuit étant constantes, la demi-période T est donc directement proportionnelle à R .

Le périodemètre utilisé pour déterminer T comporte un générateur de fréquence étalon et un comparateur. Le principe de la mesure revient simplement à compter le nombre d'impulsions émises par le générateur pendant 100 périodes délivrées par le résistivimètre (voir figure II-4).

On considère un grand nombre de périodes de façon à obtenir une bonne précision sur la mesure.

Soit r' le nombre d'impulsions délivrées par un compteur associé au périodemètre, on montre qu'il existe entre r' et la résistance à mesurer R une relation du type :

$$r' = R \frac{100}{T'} \epsilon \text{ Log } \frac{E_a}{E_d} \quad (\text{II-15})$$

où $2T'$ est la période du générateur de fréquence.

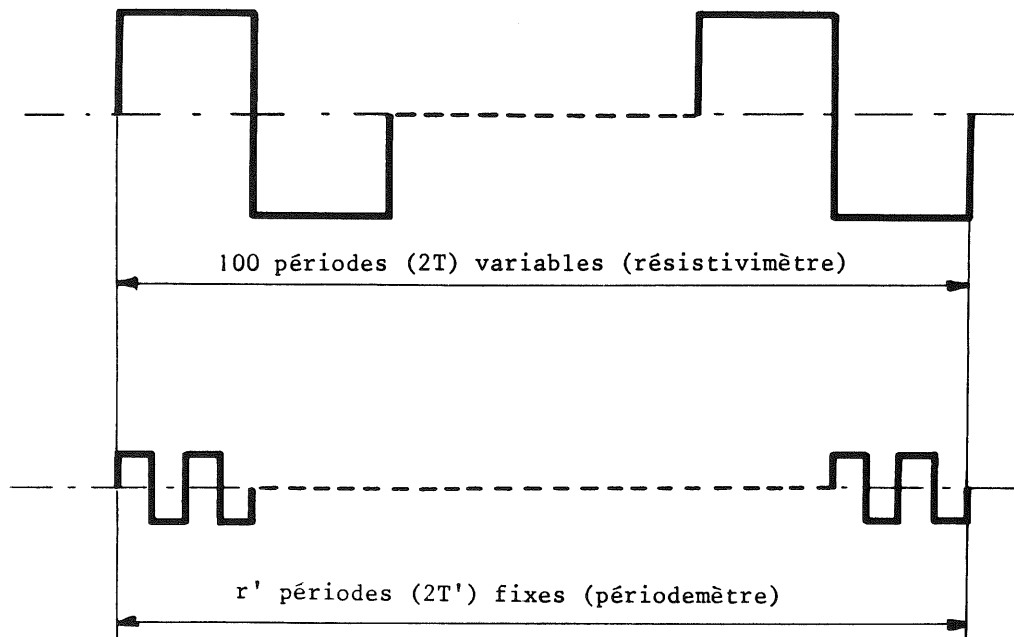


Figure II-4 : Détermination de la période $2T$

Le comptage des impulsions r' , problème classiquement résolu par les électroniciens, est assuré par un périodemètre (HUSSENOT - DESENONGES, 1972).

On peut choisir les valeurs de ϵ , E_a/E_d , T' , de manière à obtenir

$$\frac{100}{T'} \epsilon \log \frac{E_a}{E_d} \approx 1 \quad (\text{II-16})$$

Dans ce cas, il vient :

$$R \approx r'$$

Dans notre circuit les valeurs des constantes sont :

$$E_a/E_d = 3$$

$$\epsilon = 2,27 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

$$T' = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$$

d'où : $r' = 0,998 R$.

L'ensemble résistivimètre-périodémètre, a été testé à l'aide de résistances étalons, et la variation de la résistance mesurée, en fonction de la résistance vraie est portée figure II-5. Une distorsion de la proportionnalité entre R et T apparaît pour des valeurs de la résistance inférieures à 70Ω et pour des valeurs supérieures à $220\,000 \Omega$.

Il sera donc nécessaire de travailler à l'intérieur de la gamme de variation linéaire, ce qui sera le cas pour nos expériences.

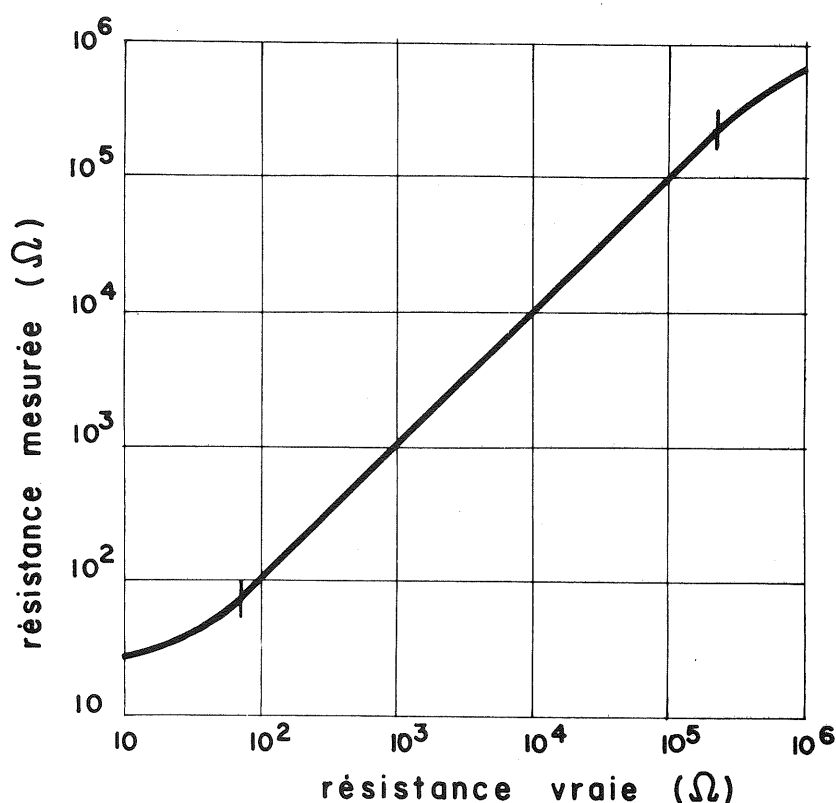


Figure II-5 : Relation entre résistance mesurée avec le résistivimètre et résistance vraie.

Dans notre étude la résistance R du circuit est celle de la sonde résistive, constituée de deux électrodes.

Le principe de mesure de la résistance développé ci-dessus ne sera évidemment valable que si la capacité ϵ' de la sonde (variable en fonction de la teneur en eau volumique) est négligeable devant la capacité ϵ du circuit (voir

figure II-6).

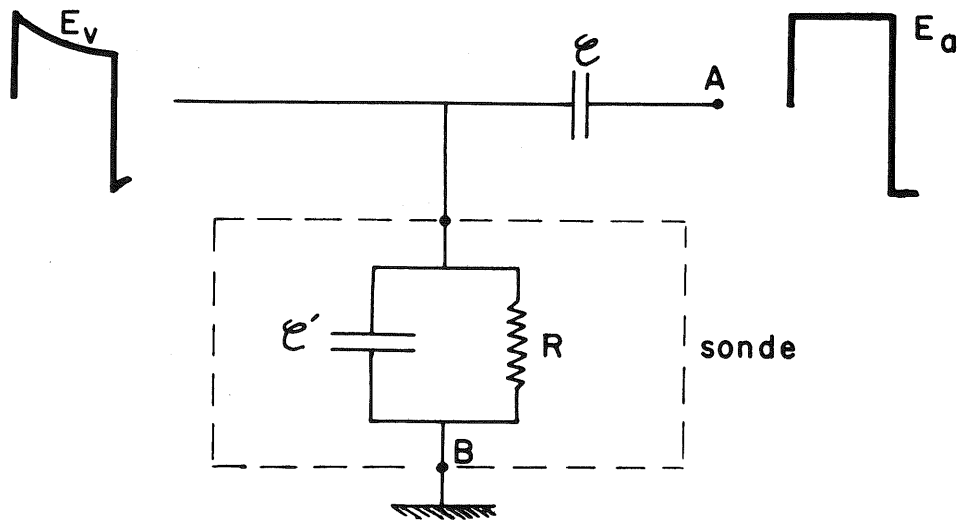


Figure II-6 : Schéma équivalent de l'amortissement $R - C$

D'après le schéma ci-dessus, les deux points A et B étant des points "basse impédance", les deux capacités C et C' se comportent pour le circuit $R - C$, comme des capacités en parallèle. La capacité équivalente C_{eq} sera donc telle que :

$$C_{eq} = C + C' \quad (II-17)$$

La valeur de C est égale à $2,27 \times 10^{-7}$ F. La valeur de C' maximum, mesurée avec un pont d'impédance L.E.A. à 1000 Hertz filtrés est de l'ordre de 10^{-9} F.

On peut donc affirmer que la capacité propre de la sonde est négligeable.

II.3.2.3. Electrodes de mesure dans le milieu poreux

Le champ électrique créé dans le massif poreux doit être limité au volume de mesure, dès lors que la conductibilité électrique du milieu matériel n'est pas homogène. En effet les lignes du champ électrique, si elles ne sont pas confinées localement s'étendent aux zones de forte conductibilité, (c'est-à-dire aux zones de fortes concentrations ioniques). L'un des principaux objectifs de notre mesure étant la détermination locale de la concentration en soluté, nous avons choisi des électrodes concentriques, car dans ce cas les lignes du champ électrique se ferment sur la sonde. Ce choix fait apparaître un nouveau problème : celui de la non-perturbation de l'écoulement.

Nous avons dès lors opté pour une électrode centrale pleine, de faible diamètre (2 mm), en acier inoxydable, et une électrode extérieure formée d'une grille cylindrique (de 7 mm de diamètre), dont la maille (de 1 mm) a été choisie pour permettre au sol de pénétrer dans tout le volume de mesure au cours du remplissage (voir figure II-7).

Un phénomène important se manifeste lors des mesures et remet en cause la répétitivité de la mesure : la polarisation des électrodes.

Ce phénomène intervient pour les faibles fréquences du signal électrique traversant la sonde de mesure.

Nous rappelons que la période (donc la fréquence) du circuit alimentant les électrodes est variable. La valeur minimale atteinte lors des essais par la fréquence du signal est de 120 Hertz, et pour une telle valeur des précautions doivent être prises.

Nous nous affranchissons de l'effet de polarisation en :

- n'alimentant en tension les électrodes que pendant la durée de la mesure (4 secondes au maximum)
- produisant un court-circuit entre les deux électrodes et la masse en dehors de la durée de la mesure, ce qui permet à la sonde de se décharger d'une éventuelle polarisation.

Ces dispositions prises, nous avons pu assurer une parfaite répétitivité des mesures.

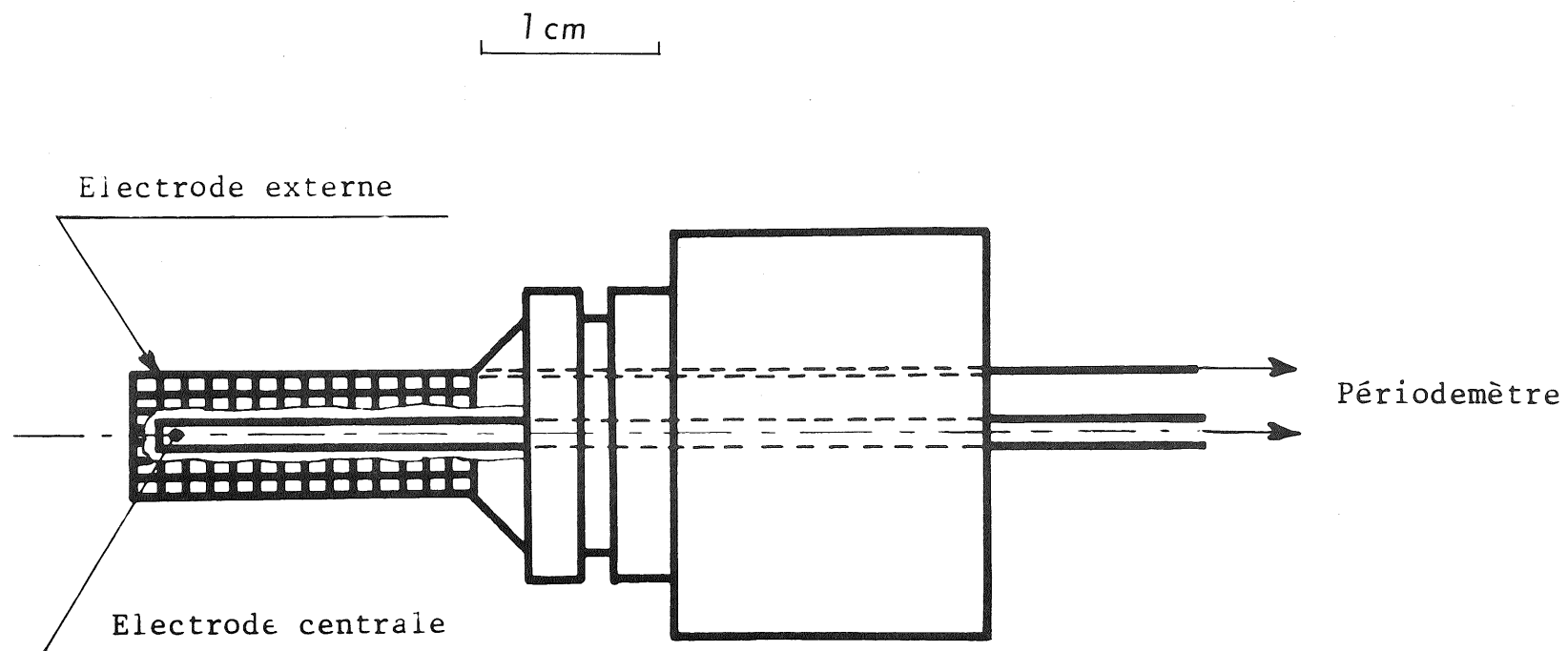


Figure II.7 - Sonde résistive

Enfin, un dernier point reste à traiter en ce qui concerne les sondes, il s'agit de la sélectivité de la mesure.

Quelle que soit la nature des ions en présence dans le volume de mesure, la conductibilité électrique est mesurée entre les électrodes, il est donc primordial que ces ions soient ceux dont on veut détecter la présence.

Pour assurer cette condition, il ne faut introduire aucun ion parasite dans les solutions, c'est-à-dire disposer d'eau distillée comme solvant, et de sel de très bonne qualité comme soluté.

De plus, le sol doit être inerte à un double point de vue :

- la présence d'eau ne doit pas remettre en solution des ions adsorbés sur la surface des grains ;
- il ne doit pas exister d'échange chimique entre le sol et le soluté choisi.

La première des deux conditions peut être satisfaite en lavant soigneusement le sable à l'eau distillée.

La seconde condition peut être satisfaite en choisissant le soluté de manière à éviter les interactions avec la matrice solide.

Nous avons contrôlé à l'aide d'une sonde placée à la sortie d'une colonne (cette sonde, différente de celle en place dans le sol, sera décrite ultérieurement), la concordance entre la mesure résistive et des dosages chimiques sélectifs à un ion déterminé (ici le chlore).

Les résultats obtenus pour deux sels différents (chlorure de sodium et chlorure de calcium) sont portés figure II-8 où l'on a représenté la concentration relative C/C_0 en fonction du volume relatif écoulé, mesurée à la sortie d'une colonne de sol durant un essai de lavage.

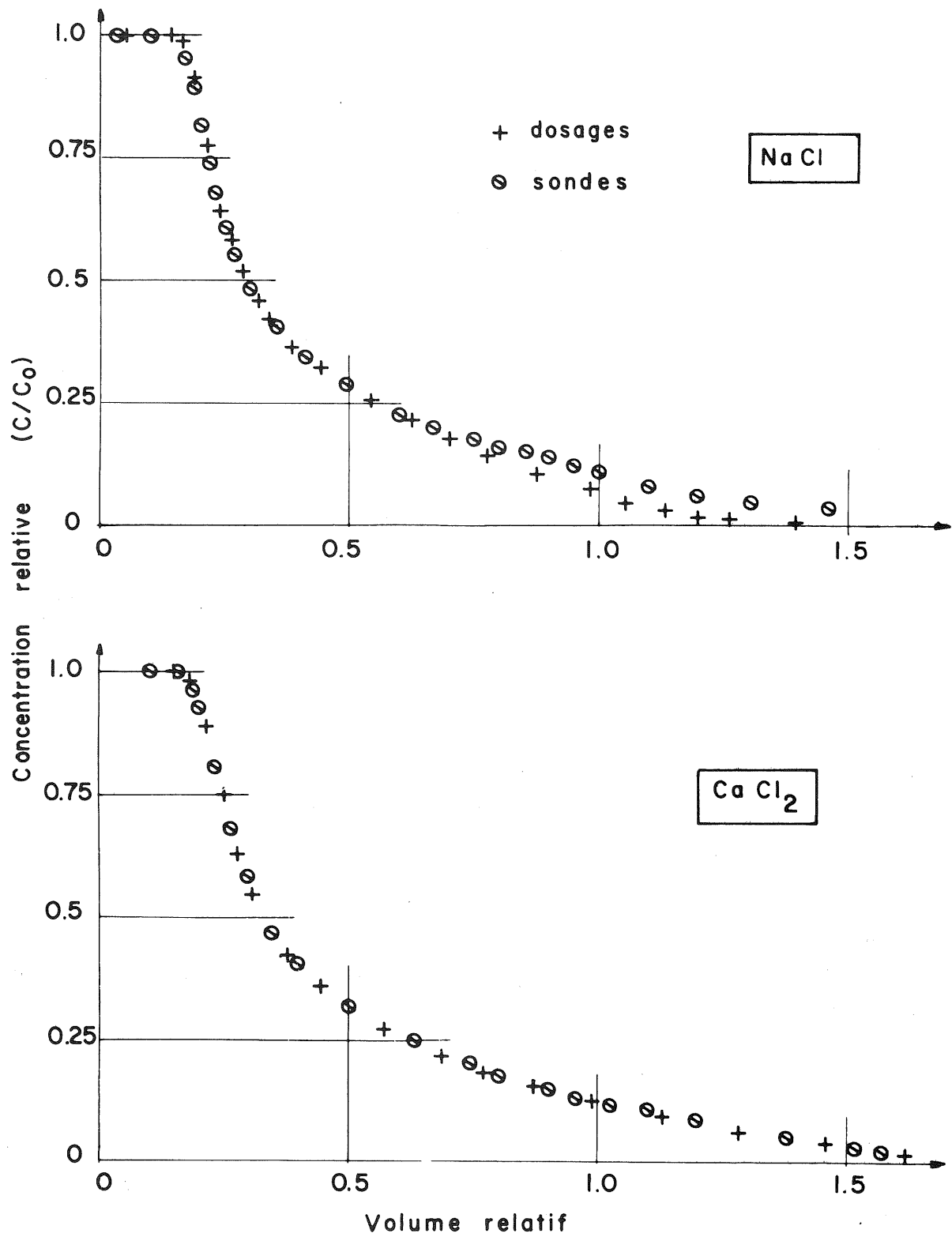


Figure II.8

Pour le chlorure de sodium (Na Cl) il existe une différence entre les valeurs obtenues par mesure résistive et celles obtenues par dosage chimique du chlore. Il a même, dans ce cas, été possible de détecter, par dosage chimique, la présence d'ions Ca^{++} dans la solution sortant de la colonne d'essai, alors que la solution injectée n'en comportait aucun. On peut, à partir de ces résultats supposer qu'il existe un échange entre le sodium du soluté et le calcium entrant dans la composition du sol (sous forme de calcite, Ca CO_3), avec dissociation d'ions Ca^{++} .

La concordance étant, par ailleurs, très bonne dans le cas où le soluté utilisé est du chlorure de calcium, nous avons pour nos essais, choisi ce sel. L'accord entre les résultats dus à la sonde résistive et ceux dus aux dosages chimiques prouve que pour un soluté tel que le chlorure de calcium, les conditions nécessaires à la validité de la mesure sont respectées.

Les contrôles pour les concentrations en chlore, en calcium, ont été faits par dosages chimiques. Les solutions titrantes et les indicateurs de fin de dosages utilisés pour les différents dosages sont reportés dans le tableau II-2.

Ion dosé	Solution titrante	Indicateur
Cl^-	Nitrate d'argent	Chromate de potassium
Ca^{++}	E.D.T.A.	Murexide

Tableau II.2

II.3.2.4. Etalonnage des sondes résistives

Connaissant les difficultés soulevées par la détermination des paramètres entrant dans la relation entre R , θ et C , nous avons choisi d'établir par traitement statistique, une loi analytique entre ces variables. L'étalonnage des sondes situées à l'entrée et à la sortie de la colonne, dans le circuit hydraulique (et non dans le sol) a été effectué dans un premier temps. Ces deux sondes sont d'une conception légèrement différente des sondes en place dans le sol. Dans ce cas, la solution circule dans un tube de verre, et trois anneaux formant les électrodes de platine sont placés le long du tube (figure II-9).

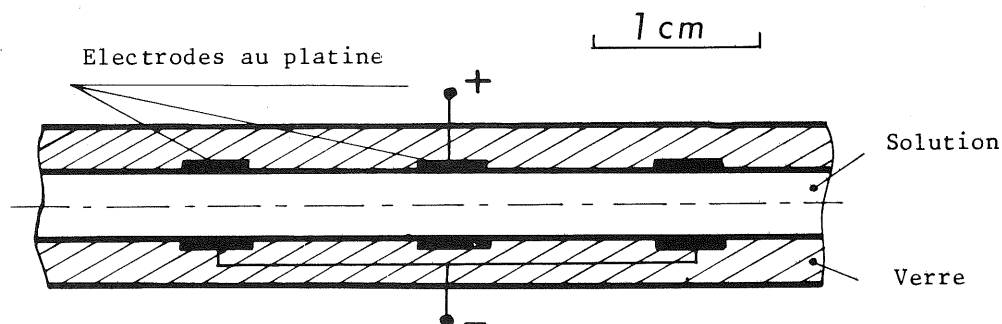


Figure II-9 : Sonde placée dans le circuit hydraulique d'alimentation

Le volume de solution compris dans le volume de mesure, pour ce type de sonde étant constant, il existe donc une relation entre les 2 seules variables R et C.

Nous avons pour différentes concentrations connues, relevé la valeur des résistances correspondantes pour chacune des deux sondes. Les résultats obtenus sont portés figure II-10.

Le meilleur ajustement que nous avons obtenu a été acquis à l'aide d'une relation du type :

$$C = A R^{-B} \quad (II-18)$$

Cette relation a été ajustée par la méthode des moindres carrés, les coefficients A et B étant des constantes positives.

Les valeurs numériques des coefficients A et B, ainsi que le coefficient de corrélation entre valeurs mesurées et valeurs calculées (pour une quinzaine de points) sont portés dans le tableau n° II-3.

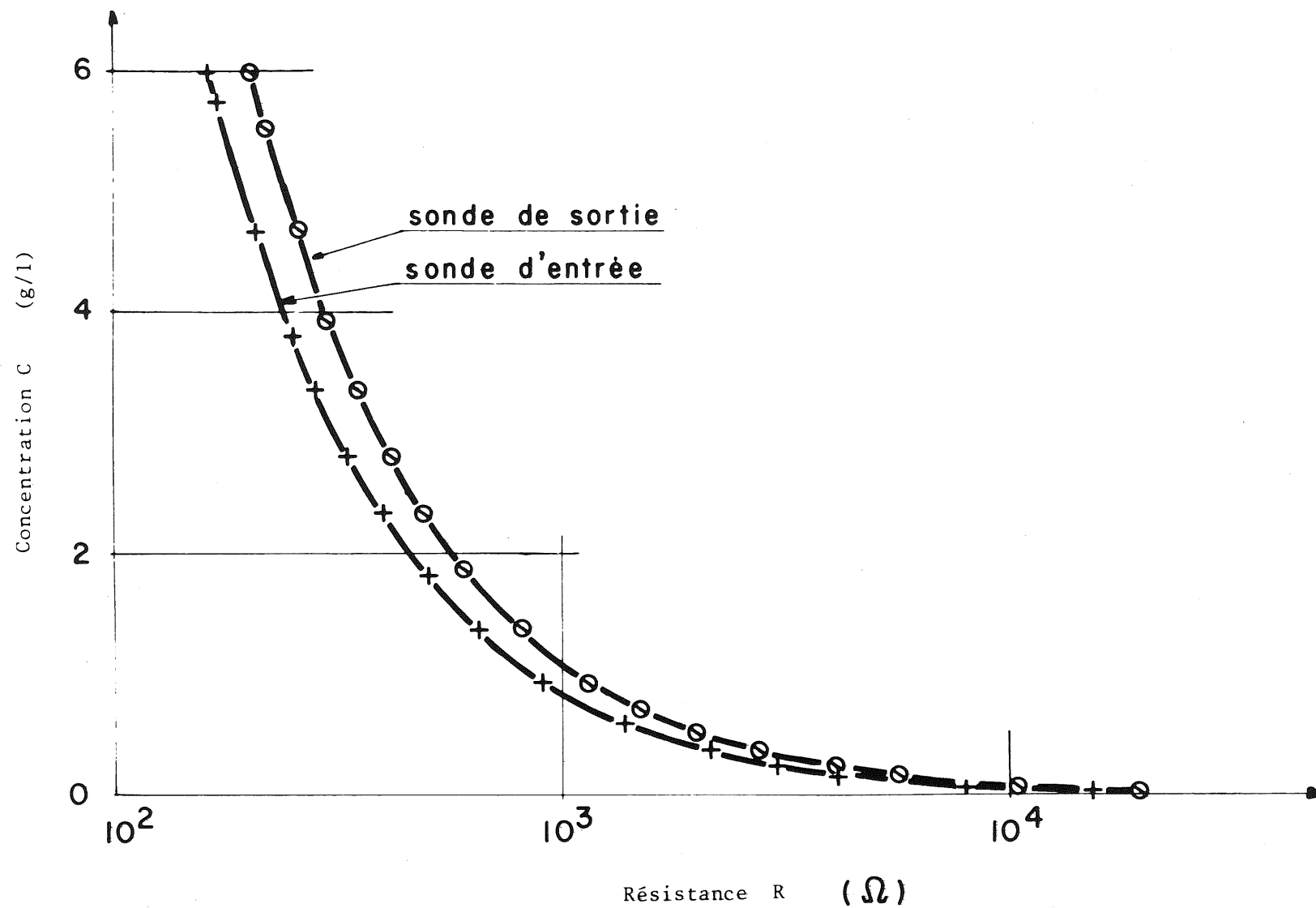


Figure II.10 - Relation entre résistance et concentration pour les sondes au platine

Sonde	A	B	r
Entrée	1396,8	1,0698	0,9999 5
Sortie	1717,4	1,0649	0,9999 0

Tableau II-3 : Valeur des coefficients de la relation $C = AR^{-B}$

Pour effectuer l'étalonnage des sondes en place dans le sol, nous établissons une série de courbes pour toutes les sondes, chaque courbe étant obtenue pour une concentration connue, en faisant varier la teneur en solution par infiltration et drainage.

On infiltre d'abord en régime saturé une solution de concentration C_0 , jusqu'à ce que le bilan de masse de soluté à la sortie de la colonne permette d'établir que l'on obtient la concentration C_0 uniforme dans la colonne. On effectue alors un drainage, suivi d'une infiltration (à la même concentration C_0) pour :

- connaître à une concentration fixée la variation de R en fonction de θ mesuré indépendamment par gammamétrie ;
- vérifier qu'il n'existe pas d'hystérésis dans la relation $R-\theta$ entre drainage et infiltration (figure II-11).

Chaque essai est naturellement renouvelé pour contrôler la répétitivité de la mesure.

Toutes les sondes ont été étalonnées pour les valeurs suivantes de la concentration en soluté :

$$C = 0.5, 1, 2, 3, 4.5 \text{ et } 6 \text{ g/l}$$

La relation entre C et R en solution libre (sans la présence du sol) est (d'après les sondes d'entrée et de sortie) de la forme :

$$C = A R^{-B}$$

Pour tenir compte de la variation de teneur en solution et de son effet sur la résistance électrique, nous cherchons une relation de la forme :

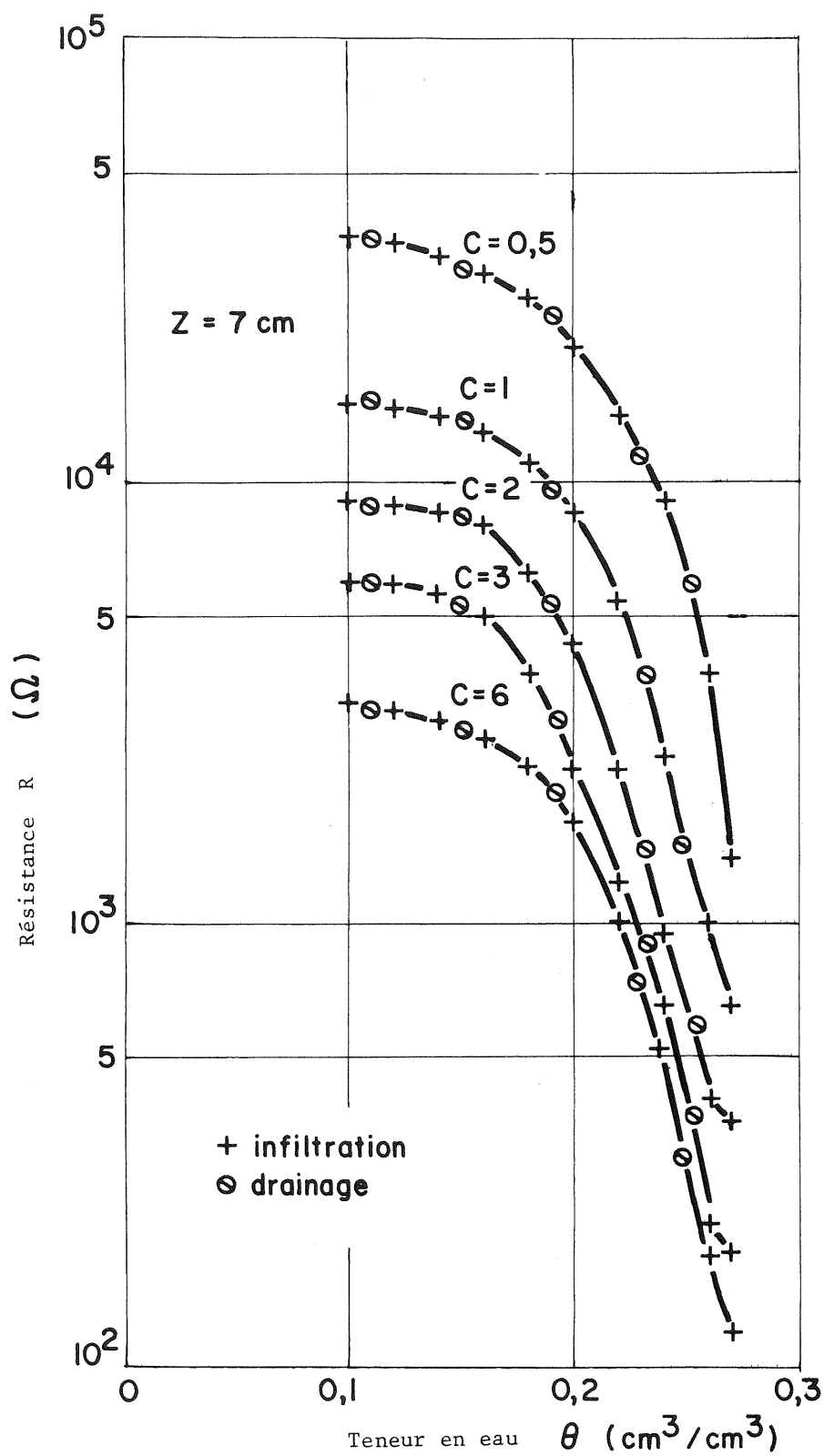


Figure II-11 - Courbe d'étalonnage d'une sonde resistive

$$C = A (\textcircled{H}) \cdot R^{-B} \quad (\text{II-19})$$

$$\text{avec} \quad (\textcircled{H}) = 100 \times \theta \quad (\text{II-20})$$

La séparation des variables \textcircled{H} et R est justifiée par le fait que pour différentes teneurs en solution \textcircled{H} , le coefficient B , déterminé statistiquement par la méthode des moindres carrés reste constant pour une sonde donnée.

Quant à la relation $A (\textcircled{H})$, les meilleurs résultats ont été obtenus pour un polynôme de la forme :

$$A (\textcircled{H}) = a_4 \textcircled{H}^4 + a_3 \textcircled{H}^3 + a_2 \textcircled{H}^2 + a_1 \textcircled{H} + a_0 \quad (\text{II-21})$$

Les coefficients a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 sont déterminés statistiquement par la méthode des moindres carrés à partir de la connaissance des couples de valeurs $A (\textcircled{H}) = \frac{C}{R^{-B}}$ et \textcircled{H} .

Nous avons donc entre C , R et \textcircled{H} la relation générale suivante :

$$C = (a_4 \textcircled{H}^4 + a_3 \textcircled{H}^3 + a_2 \textcircled{H}^2 + a_1 \textcircled{H} + a_0) R^{-B} \quad (\text{II-22})$$

Le coefficient de corrélation obtenu en corrélant les valeurs calculées et les valeurs mesurées (pour une trentaine de points au moins) est toujours supérieur à 0,990.

On trouvera tableau II-4 les valeurs des coefficients apparaissant dans la relation ci-dessus, pour différentes sondes, ainsi que les coefficients de corrélation.

Une telle détermination de la concentration donne une erreur relative inférieure à 5 pour 100, l'imprécision provenant essentiellement de l'erreur, faite sur la détermination de la teneur en solution.

Sonde n°	Cote en cm	B	a ₄	a ₃	a ₂	a ₁	a ₀	r
1	7	1,189	1,428	-71,81	800,3	-3315	103100	0,995
2	22	1,155	0	- 1,47	100,2	-2299	19200	0,995
3	37	1,113	-0,018	0,775	38,67	-2424	32570	0,996
4	52	1,178	-0,104	4,633	10,19	-2948	38070	0,991
5	67	1,194	0,001	- 3,710	304,8	-8858	91560	0,996
6	82	1,191	1,052	-84,46	2486	-32640	173200	0,990

Tableau II-4 : Coefficients de la relation $C = f(R, (H))$

II.4 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le principe des mesures ayant été développé, ce paragraphe décrira le support expérimental de nos travaux.

II.4.1 - Description de la colonne

Le sol a été mis en place dans une colonne verticale, cylindrique, en Altuglass, de 6 cm de diamètre intérieur et 93,5 cm de longueur (photo II-1). Certains essais ont été effectués, sur cette colonne, en régime saturé, mais l'essentiel des expériences a été fait en régime non saturé.

Cette colonne a été équipée de sondes résistives et de tensiomètres, permettant les mesures de pressions et de concentrations. De plus, cette colonne a été fixée sur un bâti équipé pour le déplacement de l'appareillage de mesure gammamétrique, permettant d'obtenir les teneurs en eau locales (photo II-1).

Le bas de la colonne est constitué d'une paroi poreuse en bronze fritté permettant de retenir le sol, de laisser s'écouler l'eau et d'appliquer des dépressions (par rapport à la pression atmosphérique) à l'eau du sol.

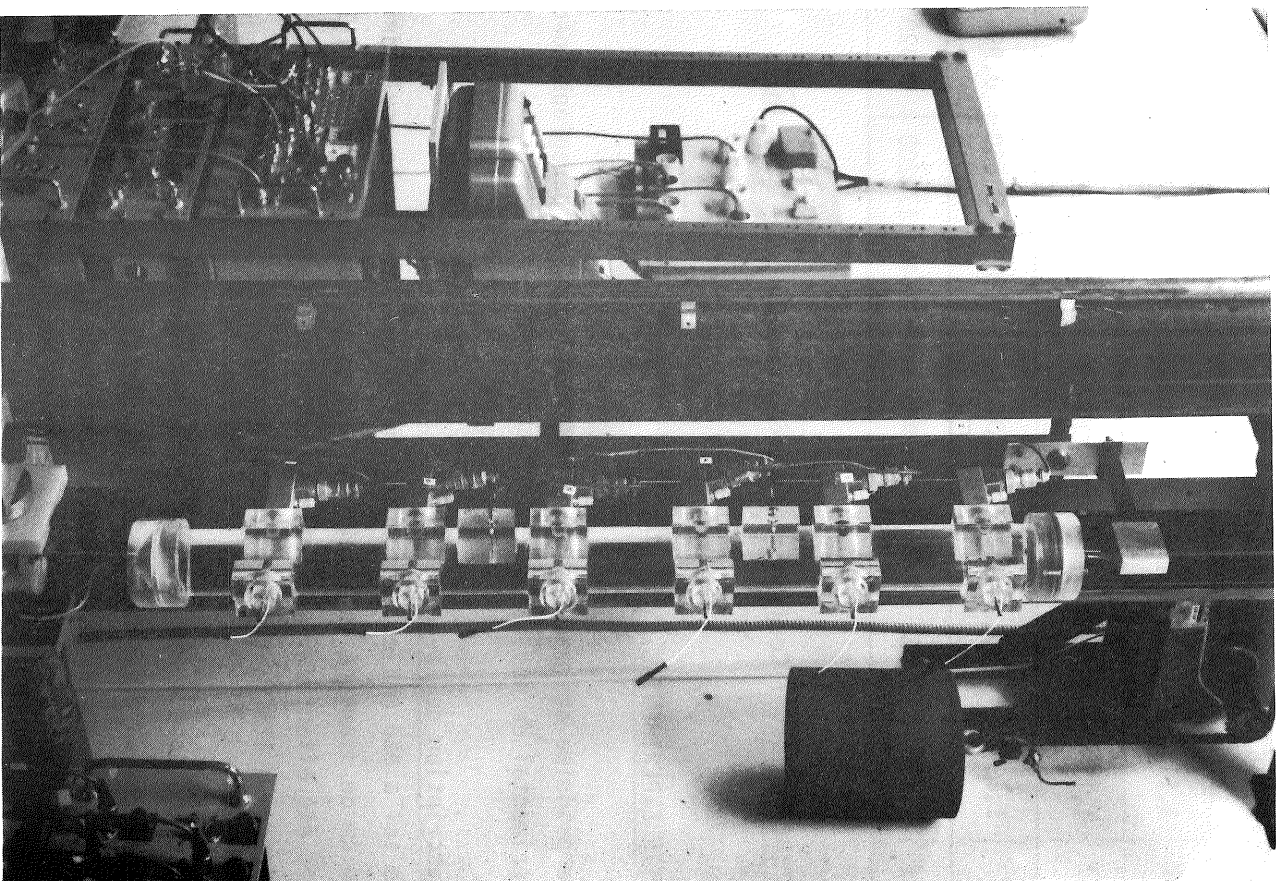


Photo II-1 - Vue générale de la colonne

II.4.2 - Le matériau poreux

Le matériau poreux utilisé est un sable silteux provenant de la plaine alluviale de l'Isère ; ce sable lavé à l'eau distillée, possède une granulométrie relativement serrée (figure II-12). Après avoir été séché à l'air, le sable a été soigneusement mis en place, de manière à obtenir un échantillon le plus homogène possible (figure II-13). La masse volumique sèche moyenne est de $1,66 \text{ g/cm}^3$, la porosité moyenne est de $0,385 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$.

Une analyse chimique du sable a révélé que celui-ci est composé essentiellement de quartz (56 %) et de calcite (presque 20 %) avec un peu d'argile (10 %) et divers oxydes.

Le tableau II-5 donne la composition chimique détaillée du sable utilisé.

Substance	Formule chimique	Pourcentage en poids
Quartz	Si O_2	56,20
Calcite	Ca CO_3	18,65
Silicate d'aluminium	$\text{Ca Al}_2 \text{ Si}_2 \text{ O}_8$	9,88
Oxyde de sodium	$\text{Na}_2 \text{ O}$	4,20
Oxyde de fer	$\text{Fe}_2 \text{ O}_3$	3,20
Oxyde de potassium	$\text{K}_2 \text{ O}$	2,10
Oxyde de calcium	Ca O	1,17
Oxyde de magnésium	Mg O	0,90
Divers	non identifiés	3,70

Tableau II-5 : Composition chimique du sable

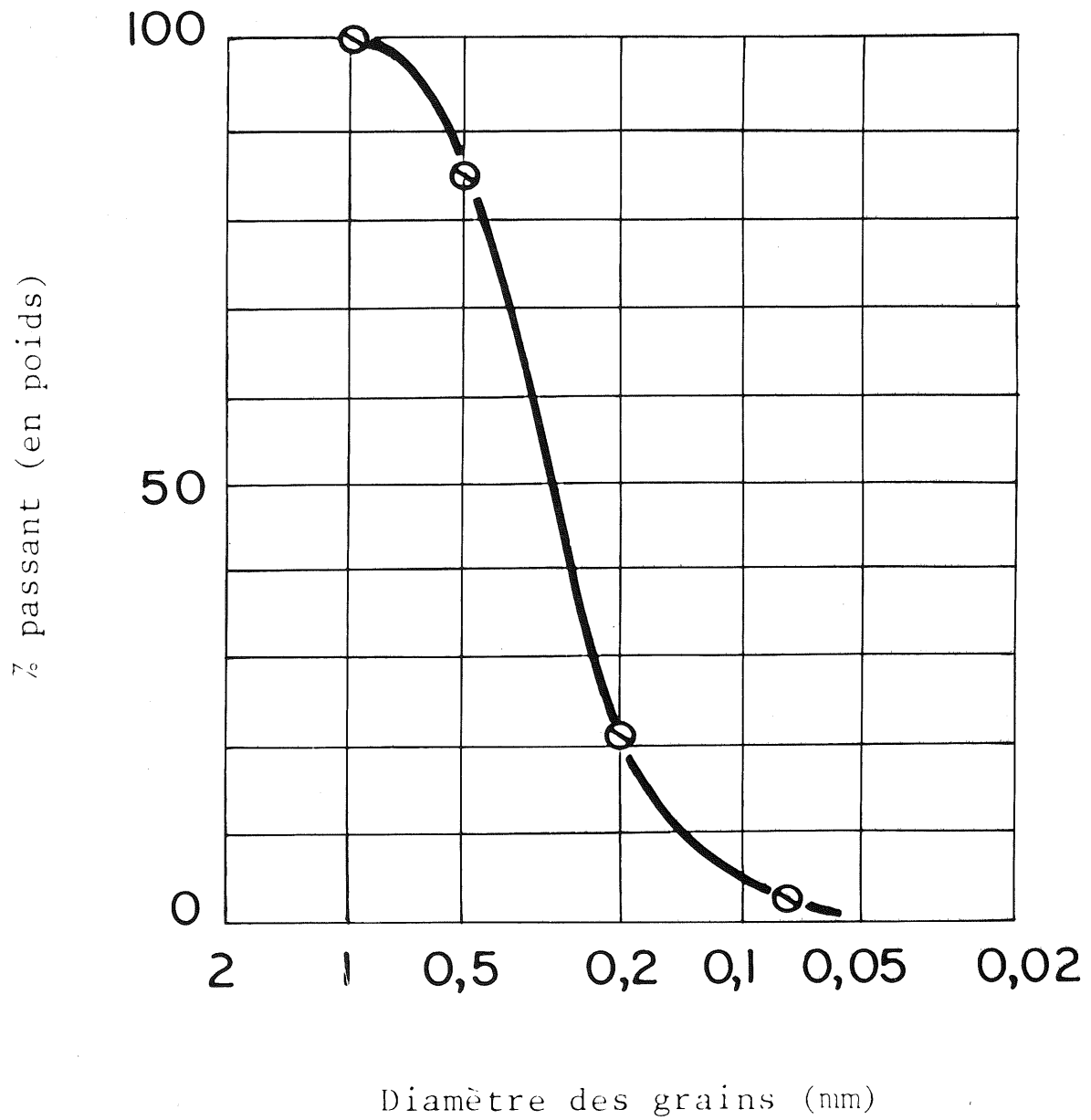


Figure II.12 - Courbe granulométrique

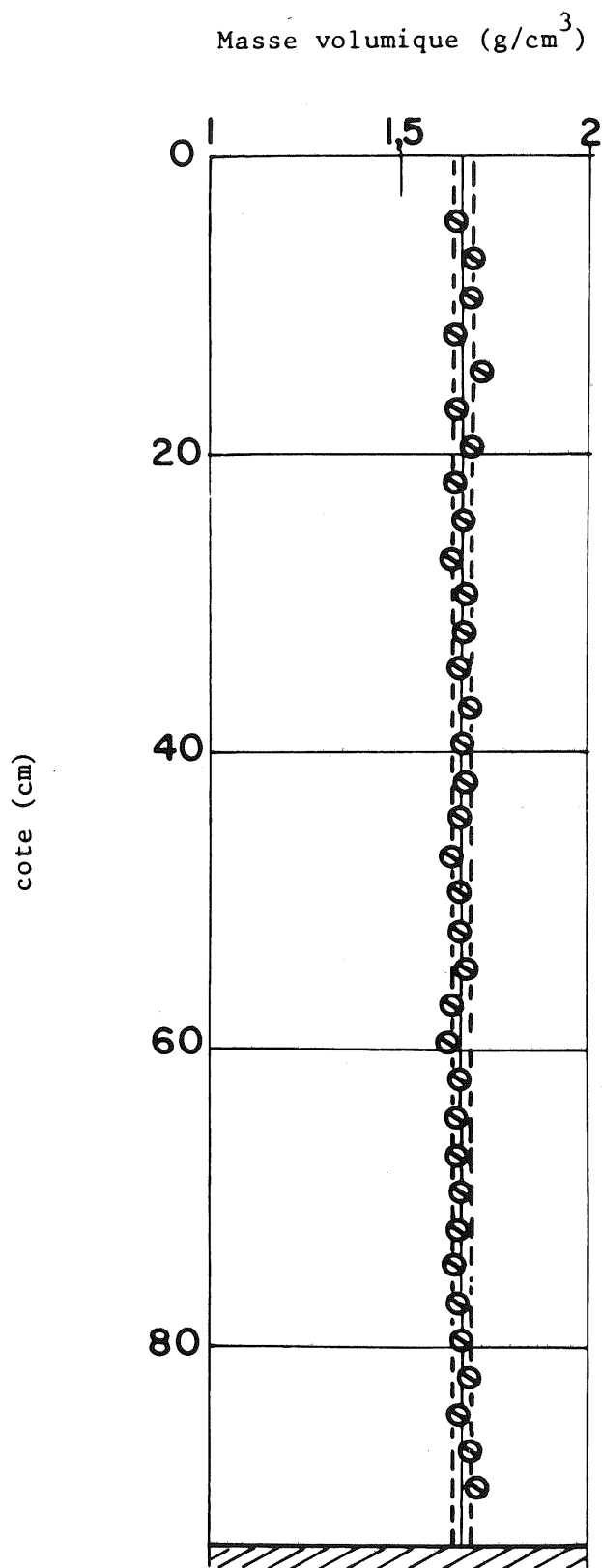


Figure II.13 - Profil de masse volumique sèche

II.4.3 - Les solutés

Le soluté le plus utilisé a été, pour les raisons que nous avons décrites précédemment, le chlorure de calcium (Ca Cl_2). Le coefficient de diffusion moléculaire du chlorure de calcium en solution libre, à 1,11 g/l et à 25°C est :

$$D_0 = 1,188 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

Ce coefficient peut être considéré comme pratiquement indépendant de la concentration.

Pour compléter la définition des caractéristiques physico-chimiques du Ca Cl_2 , nous donnons figure II-14 les variations de masse volumique, et de viscosité cinématique de la solution en fonction de la concentration.

Les valeurs de la masse volumique en fonction de la concentration en soluté sont tirées du Handbook of Chemistry and Physics (50ème édition).

Les valeurs de la viscosité cinématique en fonction de la concentration en soluté ont été déterminées à l'aide d'un viscosimètre à écoulement laminaire .

Les taux de variations relatives maximum sont de 0,66% et de 1,5 % respectivement pour la masse volumique et la viscosité dynamique entre 0 et 6 g/l. Ces valeurs peuvent effectivement être considérées comme faibles et justifient l'absence d'influence de la concentration sur les caractéristiques physiques du fluide.

Pour être certains d'être en accord avec la dernière des conditions de travail énoncée § I.5.3, l'absence d'interaction entre le soluté utilisé (Ca Cl_2) et le sol de la colonne a été vérifiée. Pour cela, le sol est mis en contact avec une concentration connue de soluté, les grains de sol baignant complètement dans la solution. On effectue ensuite des prélèvements de solution à des temps déterminés et on suit l'évolution de la concentration en fonction du temps.

Les résultats de ces essais (JEGAT, 1975) sont reportés figure II-15. On peut voir que pour deux valeurs différentes de concentration en Cl^- et Ca^{++} , aucune variation sensible n'est détectable.

Les concentrations en eau tritiée sont si faibles (maximales à environ 0,2 m Ci/l) que les variations de masse volumique et de viscosité induites ne sont, bien évidemment, pas détectables. D'autre part, nous avons admis, sans le vérifier,

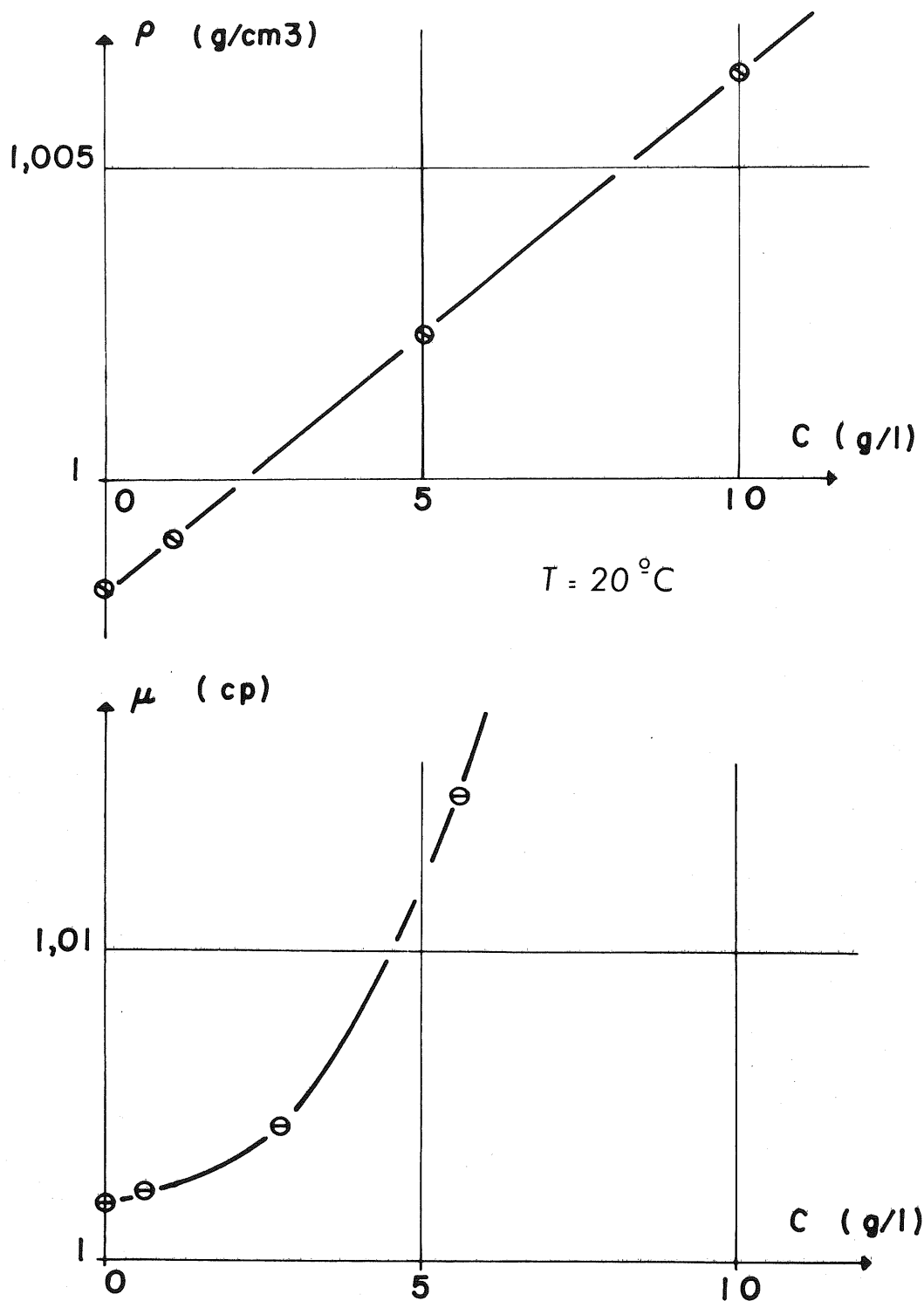


Figure II.14 - Variations de masse volumique et de viscosité dynamique en fonction de la concentration pour une solution de chlorure de Calcium

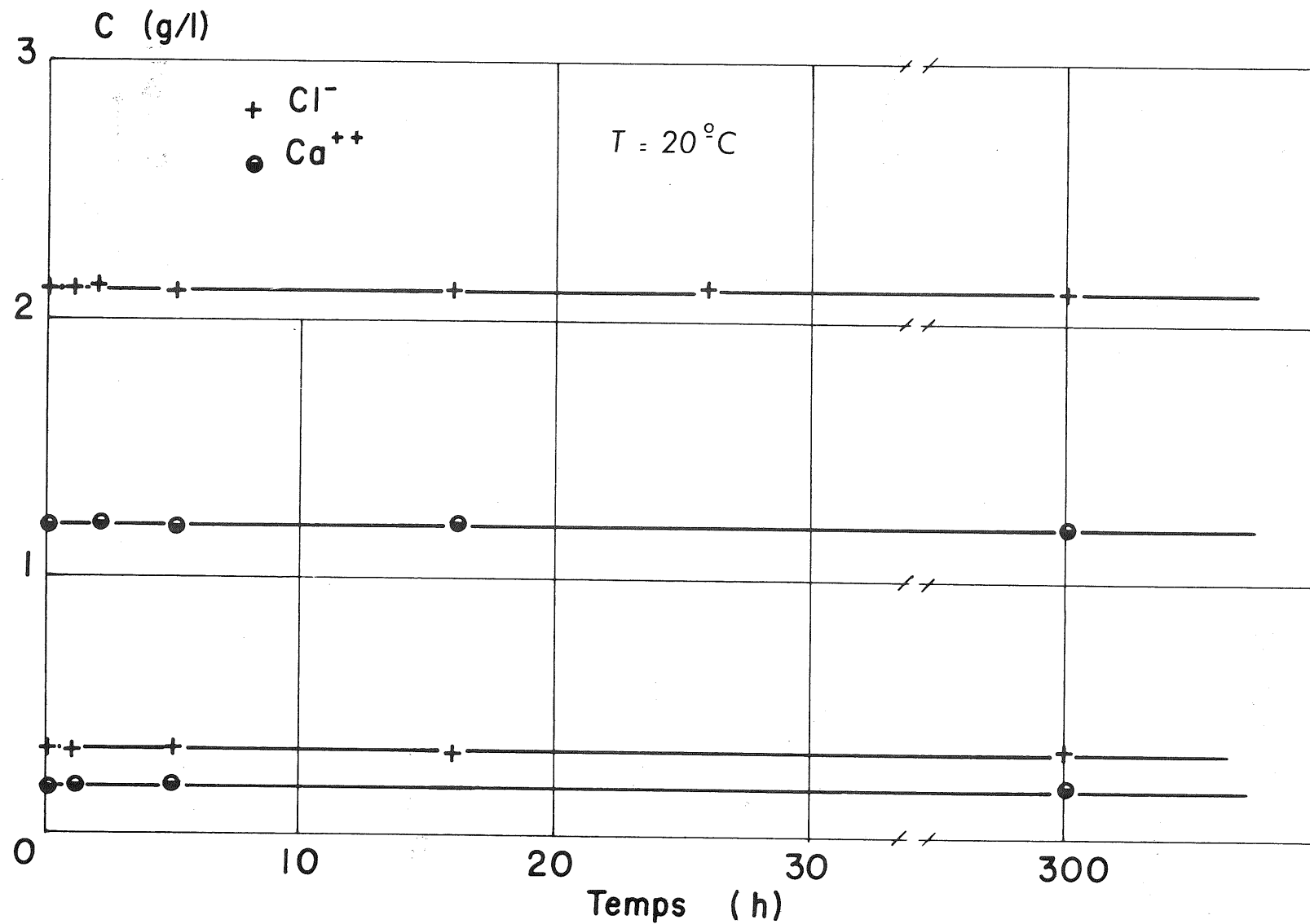


Figure II.15 - Adsorption de Ca^{++} et du Cl^- par le sol de la colonne.

que l'adsorption est négligeable avec le sol utilisé et les temps de séjour réels du tritium dans la colonne.

Le coefficient de diffusion moléculaire de l'eau tritiée dans l'eau est du même ordre de grandeur que celui du Ca Cl_2 , soit à 25°C : $D(^3\text{H H O}) = 2.44 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$.

II.4.4 - Le dispositif de mesure des teneurs en eau

La source d'Américium 241, le détecteur et la géométrie de collimation, liés rigidement entre eux peuvent se déplacer verticalement, parallèlement à l'axe longitudinal de la colonne (THONY, 1970) ; le faisceau de rayons gamma traverse diamétralement l'échantillon de sol (figure II-16).

Les mesures sont effectuées dans les sections de mesure tensiométriques et résistives, ainsi que dans des sections intermédiaires, pour augmenter la densité des mesures.

La mobilité de la plateforme supportant le dispositif de mesure est assurée par un moteur électrique, qui permet une vitesse de déplacement de l'ensemble mobile de l'ordre de 1,2 cm/s.

La commande du déplacement est manuelle, la position de la plateforme est repérée à l'aide d'un index se déplaçant devant une règle graduée ; le positionnement est ainsi déterminé avec une précision de 0,2 mm.

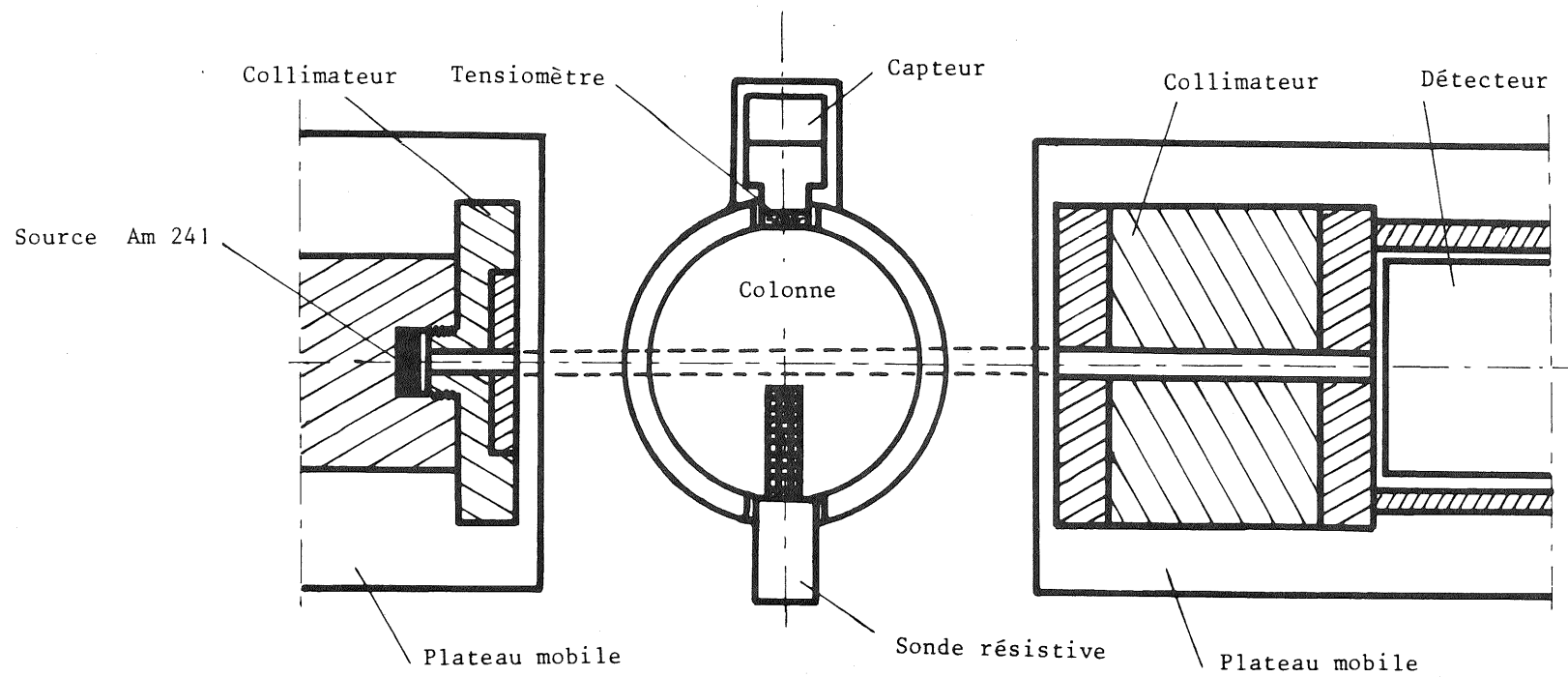
La longueur des sondes résistives a été choisie de manière à ne pas perturber le faisceau de rayons gamma dans les sections de mesure résistive (voir figure II-16).

La géométrie de collimation mise en place (figure II-16) donne pour le coefficient d'absorption massique de l'eau (et de la solution) :

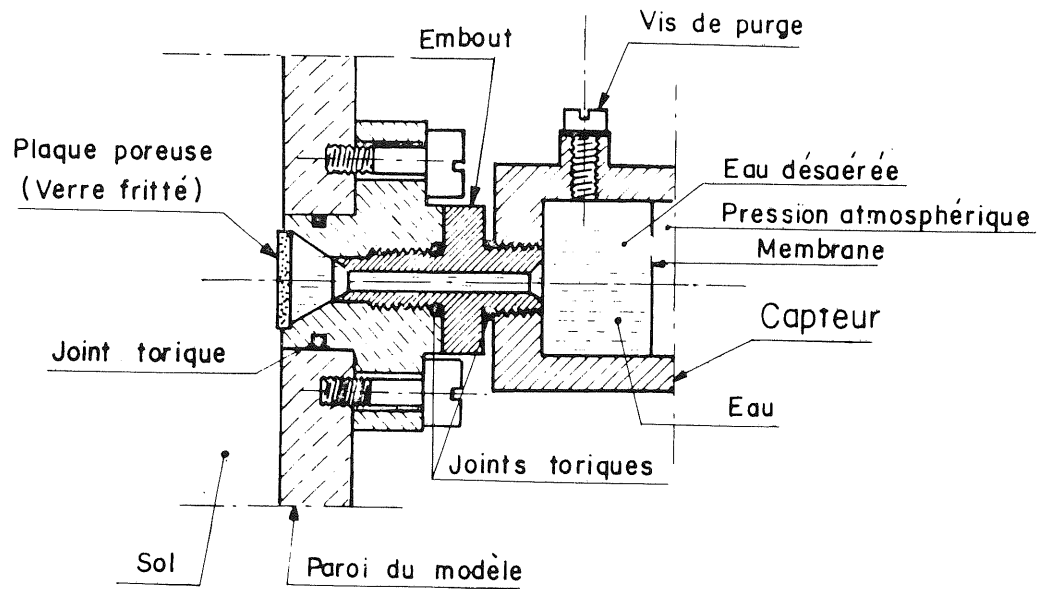
$$\bar{\mu}_w = 0,1969 \pm 0,0001 \text{ cm}^2/\text{g}$$

II.4.5 - Le dispositif de mesure tensiométrique

La colonne verticale est percée sur une génératrice de six alésages de diamètre 18 mm dans lesquels sont placés les tensiomètres, associés chacun à un capteur de pression (figure II-17 et photo II-1). Les tensiomètres sont répartis sur la colonne selon le tableau II-6 ci-dessous, l'origine des cotes étant prise à la surface supérieure du sol.



*Figure II-16 - Dispositif de mesure des teneurs en eau
Vue d'ensemble du montage*



(ECHELLE : 1)

*Figure II-17 - Dispositif de mesure tensiometrique
(Tensiometre et capteur associé)*

Indice de voie	2	3	4	5	6	7
Cote (en cm)	7	22	37	52	67	82

Tableau II-6 : Position des tensiomètres

Chaque capteur est relié par l'intermédiaire d'un sélecteur multivoies à un voltmètre digital. La commutation des voies se fait par commande automatique, incluse dans un programme de scrutation.

La relation entre la pression h (exprimée en hauteur d'eau par rapport à la pression atmosphérique) appliquée à un capteur de pression, et la tension V délivrée par ce même capteur est parfaitement linéaire.

On présente figure II-18 la courbe d'étalonnage d'un capteur type.

Soit la relation :

$$h = b_1 V + b_2 \quad (\text{II-23})$$

Les coefficients b_2 sont rendus nuls par ajustement d'un potentiomètre, lorsque les capteurs sont mis à la pression atmosphérique (c'est-à-dire $V = 0$ quand $h = 0$).

On trouvera tableau II-7 les valeurs des coefficients b_1 pour chaque capteur, ainsi que le coefficient de corrélation entre valeur mesurée et valeur calculée.

Indice de voie	2	3	4	5	6	7
Coefficient b_1	6,9098	7,0375	3,7927	4,1940	3,8392	4,0305
Coefficient de corrélation r	0,999997	0,999998	0,999995	0,999993	0,999998	0,999998

Tableau II-7 : Coefficients de la loi $h = b_1 V$

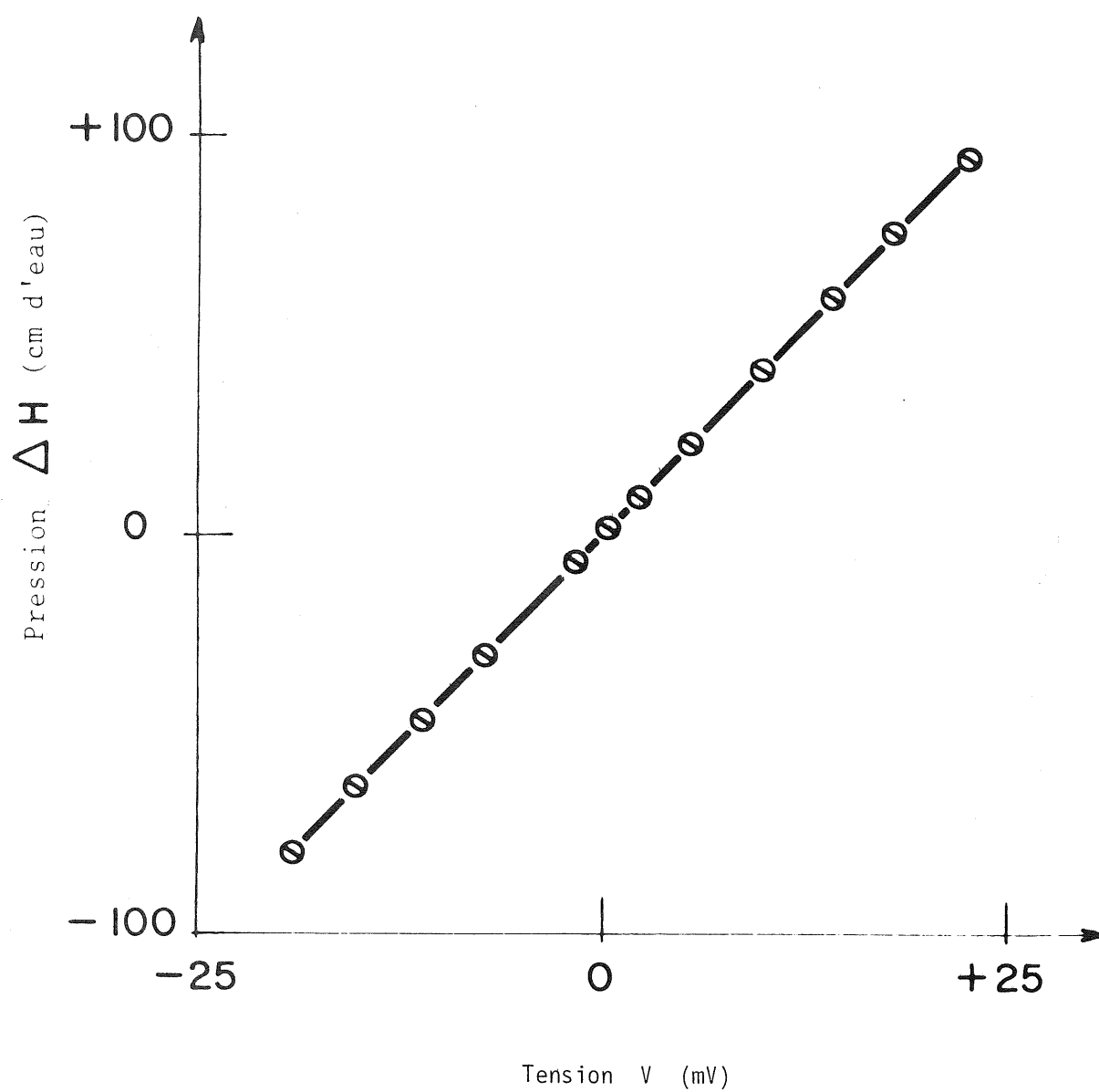


Figure II-18 - Courbe d'étalonnage d'un capteur de pression

II.4.6 - Le dispositif de mesure des concentrations en soluté

Pour le tritium, on doit collecter des volumes de solution pour les analyser dans un spectromètre à scintillation liquide. Pour cela on se limitera à prélever à des intervalles de temps constants des volumes d'eau sortant de l'extrémité inférieure de la colonne. Ces prélèvements sont effectués automatiquement à l'aide d'un collecteur de fraction. Le volume d'eau contenu dans le circuit d'alimentation de la colonne (entre la plaque poreuse du bas de la colonne et le collecteur de fraction) doit être le plus faible possible, de manière à ne pas perturber les mesures. Dans le cas le plus défavorable (sol drainé), ce volume représente 0,7% du volume d'eau contenu dans la colonne.

Pour le chlorure de calcium, les concentrations sont obtenues par mesures résistives, une sonde (électrodes annulaires) au platine donnant les concentrations à la sortie de la colonne, et six sondes résistives à électrodes concentriques, décrites précédemment, donnant les concentrations de la solution dans le sol.

Ces six sondes sont implantées dans la colonne de la même manière que les tensiomètres, par des alésages de diamètres 18 mm, percés le long d'une génératrice. Chaque sonde est placée dans la même section qu'un tensiomètre, diamétralement opposée à celui-ci (figure II-19 et photo II-2).

Chaque sonde est reliée au résistivimètre par un sélecteur multivoies, la scrutation voie par voie se faisant en parallèle avec celle des tensiomètres.

L'alimentation en solution est assurée par simulation d'une pluie sur la surface supérieure du sol. La pluie est simulée par un débit goutte à goutte à l'aide de cinq aiguilles hypodermiques réparties au-dessus de la surface du sol. Ces aiguilles sont alimentées par une pompe à débit constant permettant d'obtenir des flux d'eau constants (figure II-19). La surface du sol est protégée et maintenue en place par une grille métallique inoxydable.

II.4.7 - Le dispositif de mesure des débits écoulés

L'injection d'eau pure ou d'eau salée est assurée par la pompe à débit constant. Cette pompe possède un double corps, dont chaque partie est réservée

- l'une à l'injection d'eau pure
- l'autre à l'injection d'une solution (de tritium et/ou de chlorure de calcium)

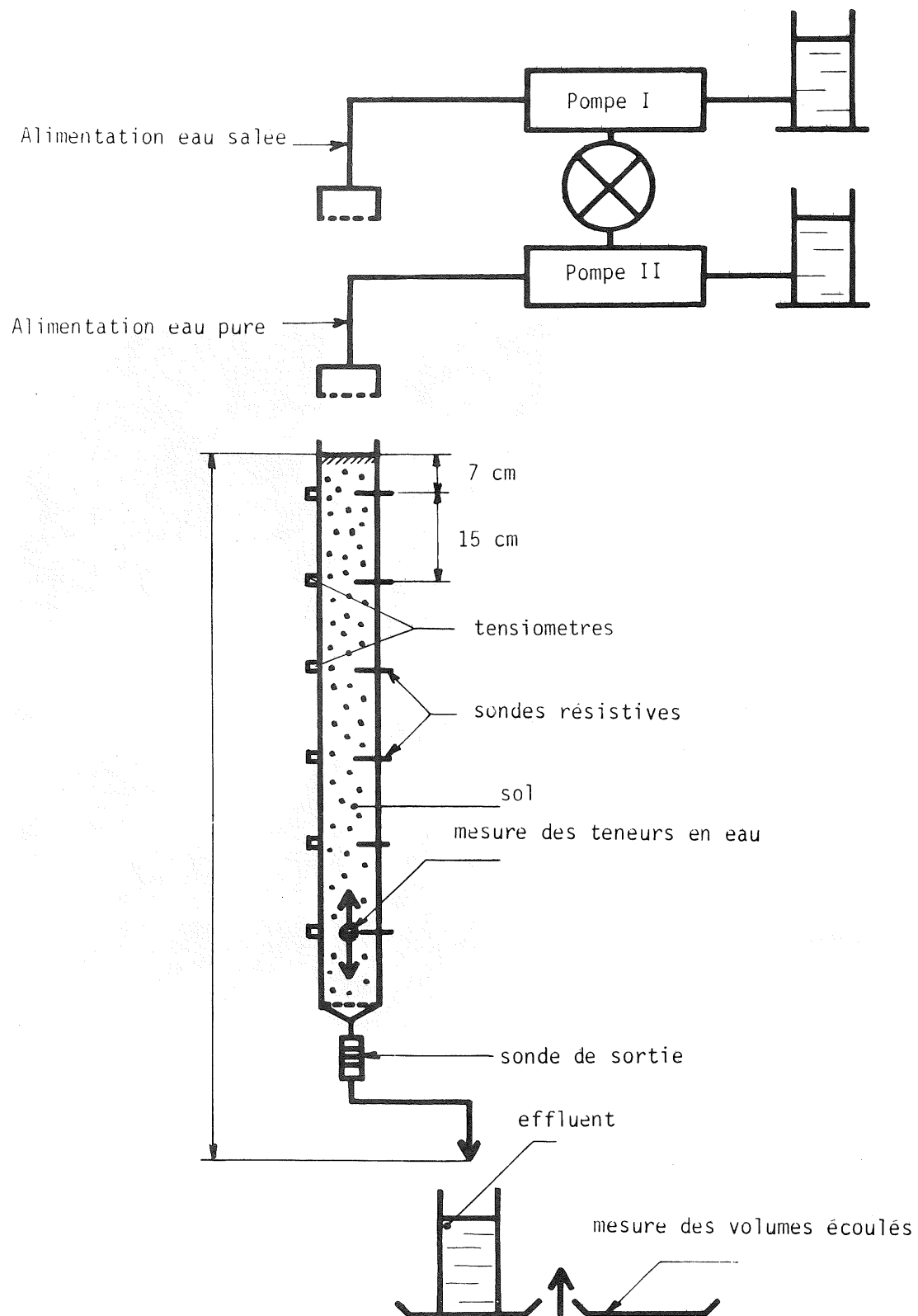


Figure II-19 - Schema synoptique de l'installation expérimentale

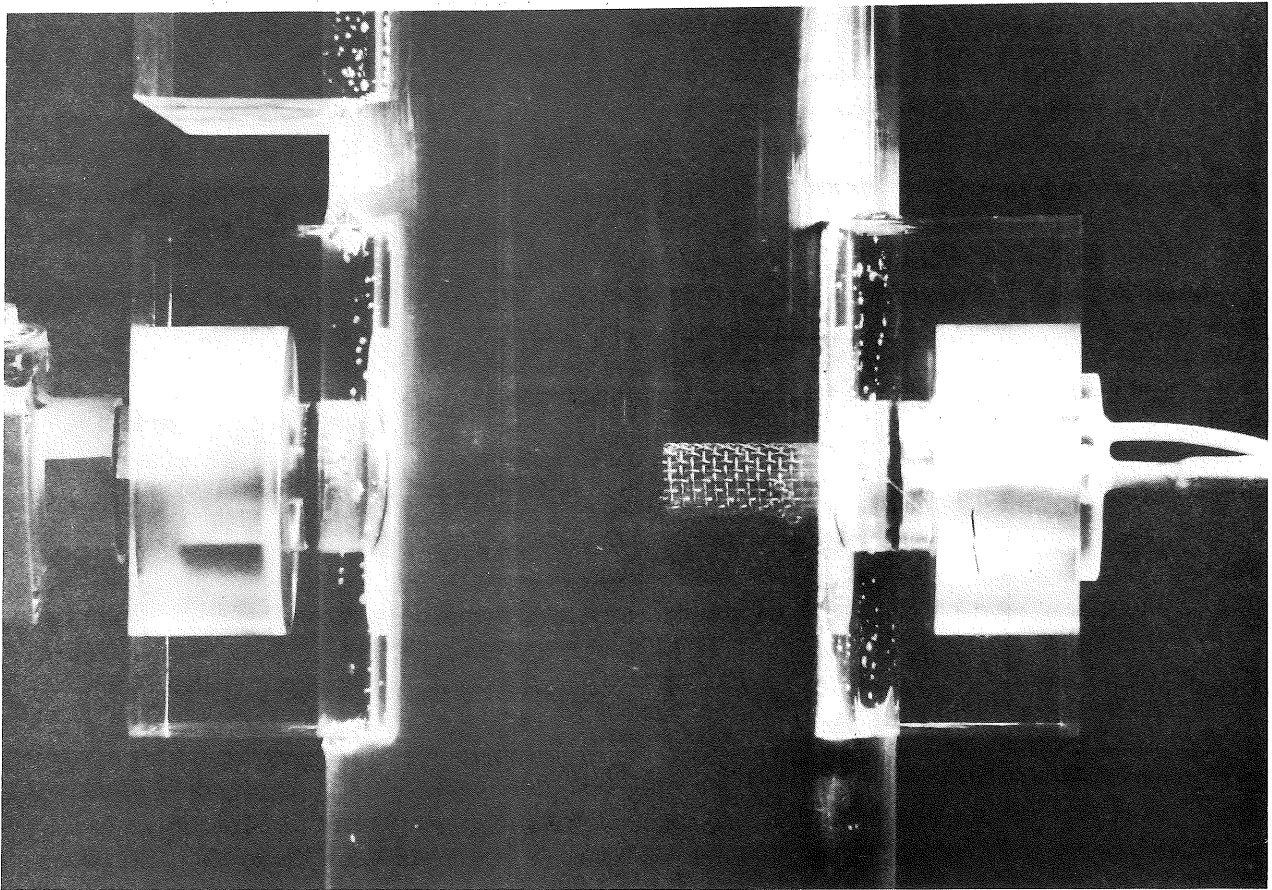


Photo II-2 - Détail: tensiometre-sonde résistive

Chaque corps de la pompe a été étalonné et on peut assurer avec ce dispositif une excellente répétitivité et un bon contrôle des débits (de l'ordre de 0,3 %). Les débits utilisés dans nos expériences varient de 100 à 700 cm³/h.

Le niveau de la charge imposée à l'extrémité du capillaire permettant de fixer la charge de drainage au bas de la colonne est positionné au cathétomètre.

Ce moyen de contrôle permet d'ajuster la charge avec une précision absolue meilleure que le millimètre, donc permet une bonne répétitivité de la condition à la limite aval.

Les volumes d'eau drainés sont recueillis dans un cristalliseur placé sur une balance électrique dont on relève les indications au cours du temps. Ce cristalliseur est recouvert pour éliminer les erreurs dues à l'évaporation.

II.5 - ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES

L'acquisition des données est faite à partir de deux chaînes de mesures indépendantes : l'une relative à la gammamétrie (teneurs en eau), l'autre traitant simultanément les tensiomètres (pressions de l'eau du sol) et les sondes résistives (concentrations en Ca Cl₂).

Un schéma simplifié complet de l'acquisition et du traitement des données est proposé figure II-20.

II.5.1 - Dispositif de mesure des teneurs en eau

Une centrale de mesure C.R.C. permet d'acquérir le nombre de photons gamma non absorbés pendant un intervalle de temps fixé, selon une procédure cyclique.

Chaque cycle comprend :

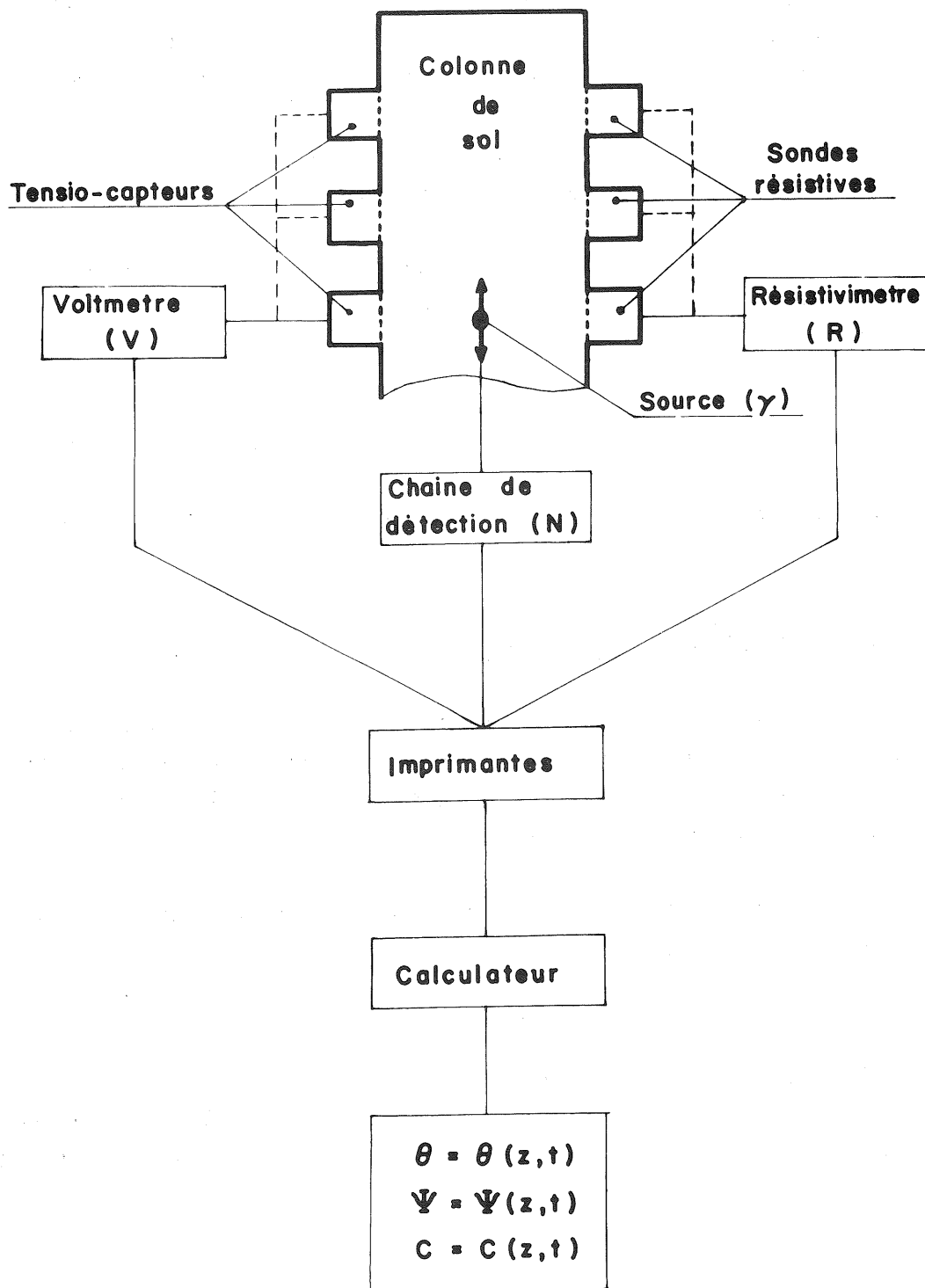


Figure II-20

- un temps de comptage TC, pendant lequel la plateforme de mesure reste fixe, et le nombre de photons gamma traversant la section de mesure considérée sont comptés et mémorisés sur une échelle de comptage,
- un temps mort TM pendant lequel on déplace la plateforme jusqu'à une autre section de mesure, et on scrute l'échelle de comptage et une horloge pour imprimer le nombre de coups N et le temps t.

La centrale de mesure C.R.C. permettant d'acquérir ces données comprend :

- une source haute tension alimentant le détecteur,
- un amplificateur des impulsions électriques délivrées par le détecteur,
- un discriminateur sélectionnant l'amplitude des impulsions,
- une horloge servant de base de temps pour le comptage, l'enregistrement et l'impression des impulsions,
- deux échelles de temps, pour le temps de comptage et le temps mort,
- une échelle de comptage, comptant et mémorisant le nombre d'impulsions,
- un module d'impression, explorant en fin de période de comptage, les échelles de comptage et de temps et permettant de mettre en mémoire les résultats, de commander le départ des échelles après avoir effectué leur remise à zéro et d'imprimer les résultats sur machine ADDO X.

A partir des comptages ainsi enregistrés, la teneur en eau est obtenue par résolution de l'équation (II-3). Les calculs sont effectués sur machine de bureau programmable HEWLETT-PACKARD 9810 A.

II.5.2 - Dispositif de mesure des pressions et des concentrations en soluté

Grâce à l'utilisation d'une centrale de mesure conçue au service d'électronique de l'I.M.G., on mesure les variations de pressions et de concentrations en soluté par une procédure cyclique en enregistrant en parallèle les informations provenant d'une même section.

Le multiplexage des capteurs et des sondes résistives vers le voltmètre ou vers le périodemètre est assuré par deux scrutateurs électromécaniques 6 bans - 12 pas SEIM qui sont synchronisés.

Lorsqu'un cycle de mesure commence, le 1er capteur et la 1ère sonde sont aiguillés respectivement sur le voltmètre et le périodemètre, et la fin du temps de comptage du périodemètre donne l'ordre d'impression sur une même ligne des

informations suivantes :

- résistance (ou nombre de période de référence)
- numéro de la voie
- tension du capteur en mV.

Les deux scrutateurs passent à la voie suivante et attendent l'ordre de scrutation, ceci jusqu'à la dernière voie, où les scrutateurs reviennent en attente sur la voie 1.

Une horloge permet de contrôler la procédure séquentielle à partir de deux indices qui servent à repérer le temps lors du dépouillement :

- le temps de lecture TL (variable entre 1 et 99 sec.) qui permet de fixer la cadence de scrutation dans un cycle. En pratique, la durée de TL est fixée par la plus longue période de comptage possible du périodemètre, et vaut 3 sec.
- l'intervalle entre cycle IC (variable entre 1 et 99 sec. ou min.) qui fixe la cadence de scrutation entre 2 cycles successifs. La durée de cet intervalle dépend de la rapidité d'évolution des phénomènes.

Notons que les voies non utilisées sont court-circuitées, et qu'un procédé de sécurité permet de rattraper un glissement éventuel dans la synchronisation des scrutateurs.

Les appareils de mesure sont un voltmètre NEWPORT 400, 00 mV à $\pm 0,01$ mV et un compteur NEWPORT 5 décades. Les données sont enregistrées sur une imprimante SEDELEC 12 colonnes.

La précision absolue sur les valeurs acquises est :

- pour la résistance R : $\pm 2 \Omega$
- pour la tension V : $\pm 0,01$ mV.

Les calculs de la pression et de la concentration se font également sur machine de bureau.

La pression est calculée à partir de la formule (II-23) et de la connaissance de la tension V , le temps étant incrémenté depuis le début de l'expérience avec des pas de temps correspondants à la durée d'un cycle.

La concentration est calculée à partir de la formule (II-22) et de la connaissance à un même instant de la résistance R et de la teneur en eau θ . La connaissance simultanée de R et de θ est obtenue en traçant en fonction du temps, les variations de R et θ et en prenant leur valeur respective à un même temps sur les courbes.

Cette procédure est rendue nécessaire par le fait que les variables R et θ sont obtenues par des chaînes de mesures différentes, à des instants différents.

CHAPITRE III

RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'étude expérimentale du transfert simultané d'eau et de sel que nous présentons, concerne des écoulements verticaux, dans un sol saturé ou non saturé. Chaque essai est reproduit pour vérifier la répétitivité des phénomènes observés. On distinguera deux types d'essais, ceux où le régime d'écoulement de l'eau est constant, et ceux où les teneurs en eau sont variables au cours du temps.

III.1 - ESSAIS EN REGIME HYDRODYNAMIQUE PERMANENT

Ces essais correspondent au cas où la teneur en eau et le flux d'eau dans une section de la colonne restent constants au cours du temps. Ces valeurs sont alors parfaitement déterminées expérimentalement, et la seule quantité variable dans le temps sera dans ce cas la concentration en soluté.

Deux types de conditions d'injection d'eau salée ont été utilisés (figure III-1).

- Un échelon correspondant à une variation brutale au temps $t = 0$ de la concentration en soluté de l'eau injectée à la surface du sol. Pour les temps négatifs la concentration est constante et égale à 0 ; pour les temps positifs, la concentration est également maintenue constante, mais égale à C_0 .

- Un créneau réalisé en injectant un volume limité d'eau à concentration C_0 , dans un écoulement d'eau pure. L'injection de soluté a lieu entre les instants $t = 0$ et $t = t_c$.

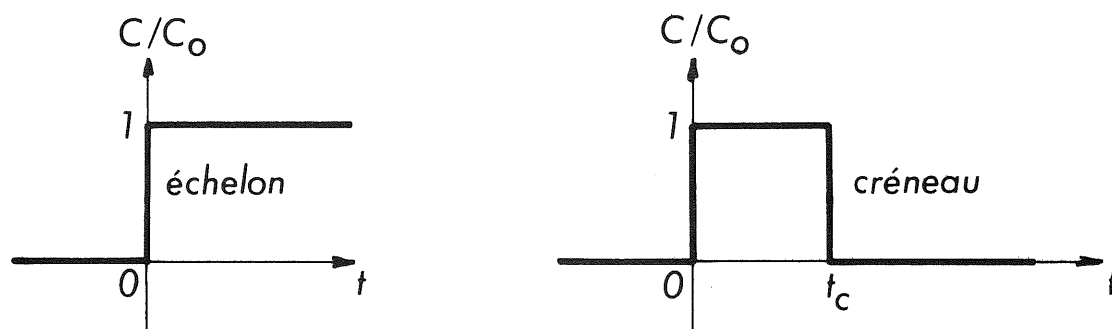


Figure III-1

III.1.1- Stabilité des écoulements

Lorsque dans un milieu poreux, on met en présence deux fluides de masse volumique et de viscosité différentes, on peut voir apparaître des instabilités hydrodynamiques. L'apparition et le développement de telles instabilités dépendent des contrastes de masse volumique et de viscosité ainsi que des caractéristiques du massif poreux, siège de l'écoulement.

L'importance que peut prendre le développement d'instabilités est parfaitement mis en évidence par l'un des résultats expérimentaux présentés par JEGAT (1975).

Les conditions d'essai sont les suivantes :

- la teneur en eau correspond à la saturation naturelle du sol, soit $\theta = \theta_s = 0,286 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$,
- le débit d'eau positif vers le bas vaut $q = 10.8 \text{ cm/h}$
- on applique un créneau de concentration en soluté à la surface supérieure à la colonne.

Les variations au cours du temps des concentrations relatives à différentes sections, et à la sortie de la colonne sont présentées figure III-2.

On peut remarquer que :

- dans la section $z = 7 \text{ cm}$, la variation de concentration en fonction du temps est assez régulière et ne permet pas de conclure à un développement très net d'instabilités

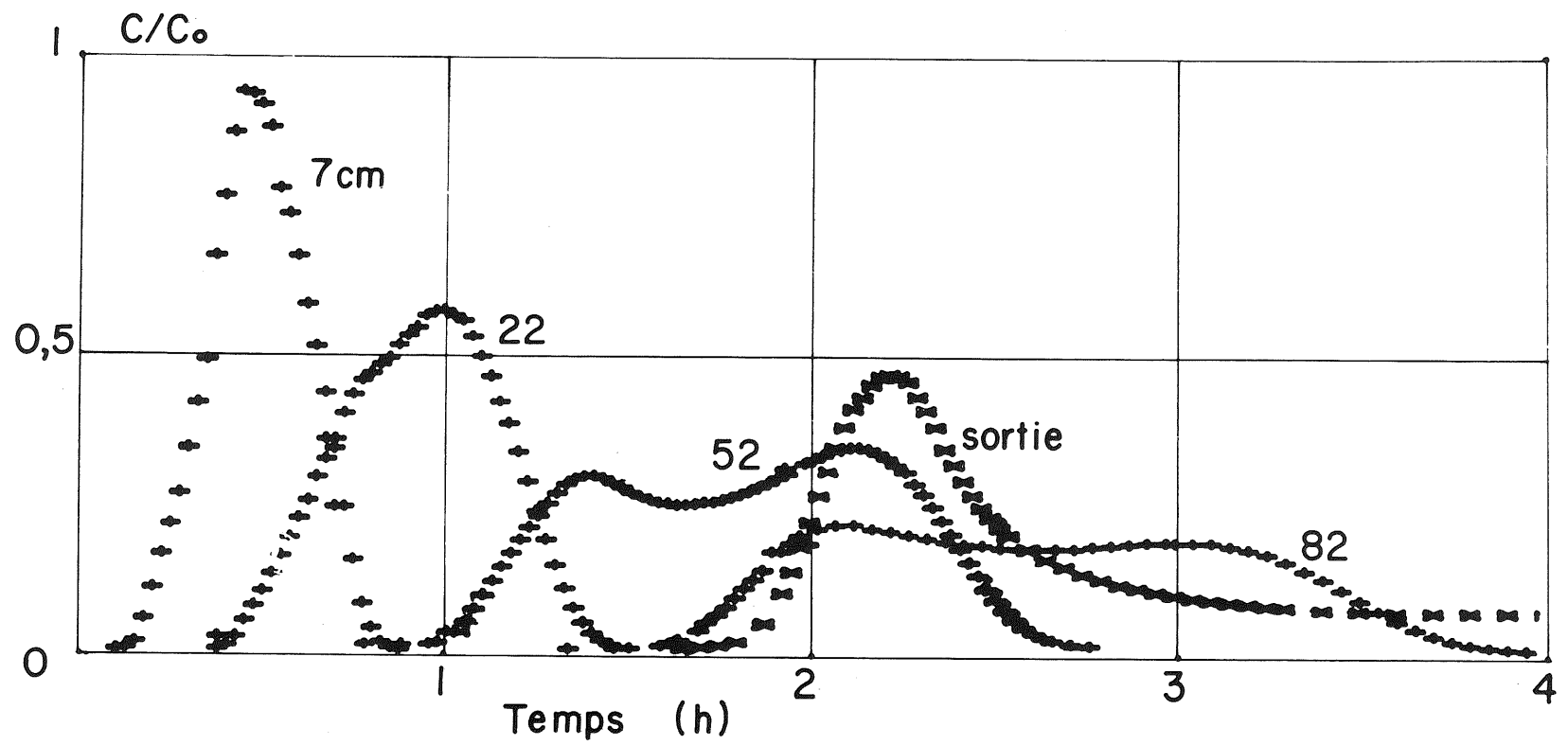


Figure III-2 - Un exemple de developpement d'instabilités

- les sections $z = 22, 52$ et 82 cm présentent des variations très irrégulières de concentrations, caractéristiques du développement d'instabilités
- la courbe obtenue en analysant les concentrations à la sortie de la colonne est très régulière et ne permet pas de conclure à la présence de perturbations de l'écoulement.

Les résultats, pour cet essai, conduisent à l'interprétation suivante :

- les instabilités se développent de manière sensible après une certaine distance parcourue dans le milieu poreux
- des mesures ponctuelles "in situ" dans le milieu poreux permettent de montrer le développement de perturbations
- la seule analyse de la concentration à la sortie de la colonne ne permet pas toujours de mettre en évidence des instabilités d'écoulement qui cependant existent. On peut expliquer ce dernier point en considérant que l'eau qui sort de la colonne donne une moyenne de la concentration à travers toute la surface de sortie. Ceci conduit à masquer les variations locales (mesurées par les sondes ponctuelles "in situ").

Des constatations précédentes on peut dégager un point très important à prendre en compte dans l'étude expérimentale des transferts de soluté. L'analyse de la seule "courbe de sortie" peut conduire à attribuer à un mélange homogène un grand étalement de la zone de transition, alors que la cause principale de cet étalement est le développement d'instabilités. Il est donc nécessaire de faire des mesures locales dans le milieu poreux pour contrôler la stabilité d'un écoulement.

Tous les essais (autres que l'essai précédent) présentés dans ce mémoire sont tels qu'aucune instabilité n'a été décelée.

III.1.2- Effet de la désaturation en eau sur la dispersion

Pour mettre en évidence l'effet de la désaturation sur la dispersion deux essais ont été réalisés, où la condition d'échelon et la vitesse de pore u ont été maintenues presque identiques. On rappelle que la vitesse de pore est définie par $u = q/\theta$ et que u représente la vitesse moyenne vraie des molécules d'eau (dans l'hypothèse où toute l'eau participe à l'écoulement).

Entre les deux essais les différences portent sur la teneur en eau et sur la vitesse de DARCY.

Une teneur en eau élevée a été obtenue en effectuant le remplissage de la colonne de sable de la façon suivante :

- la colonne est partiellement remplie d'eau distillée,
- le sable est mis en place, en le laissant se déposer à travers la lame d'eau créée dans la colonne, et en maintenant constante l'épaisseur de cette lame d'eau.

Un essai est effectué en régime permanent à cette teneur en eau.

Cet échantillon est ensuite drainé, puis réhumidifié, ce qui conduit à l'établissement d'une teneur en eau plus faible. Un nouvel essai réalisé avec cette valeur de la teneur en eau, pour une même vitesse moyenne de pore est comparé avec l'essai précédent.

Les conditions relatives aux deux écoulements sont données dans le tableau III-1.

Essai	θ cm ³ /cm ³	q cm/h	u cm/h	C ₀ g/l
1	0.360	22.97	63.8	5.2
2	0.291	18.80	64.6	5.0

Tableau III-1 : Conditions d'écoulement

Les résultats sont présentés figure III-3, où l'on trouve la variation de concentration relative C/C_0 en fonction du volume relatif écoulé V_i/V_e .

V_e représente en régime permanent le volume d'eau contenu dans la colonne,

V_i représente le volume d'eau injecté dans la colonne à partir du temps $t = 0$.

L'examen de la figure III-3 fait ressortir que pour la teneur en eau proche de la porosité ($\theta = 0,360$ cm³/cm³), la courbe C/C_0 en fonction de V_i/V_e est presque symétrique par rapport au point où $C/C_0 = 0,5$. Ce résultat est en bon

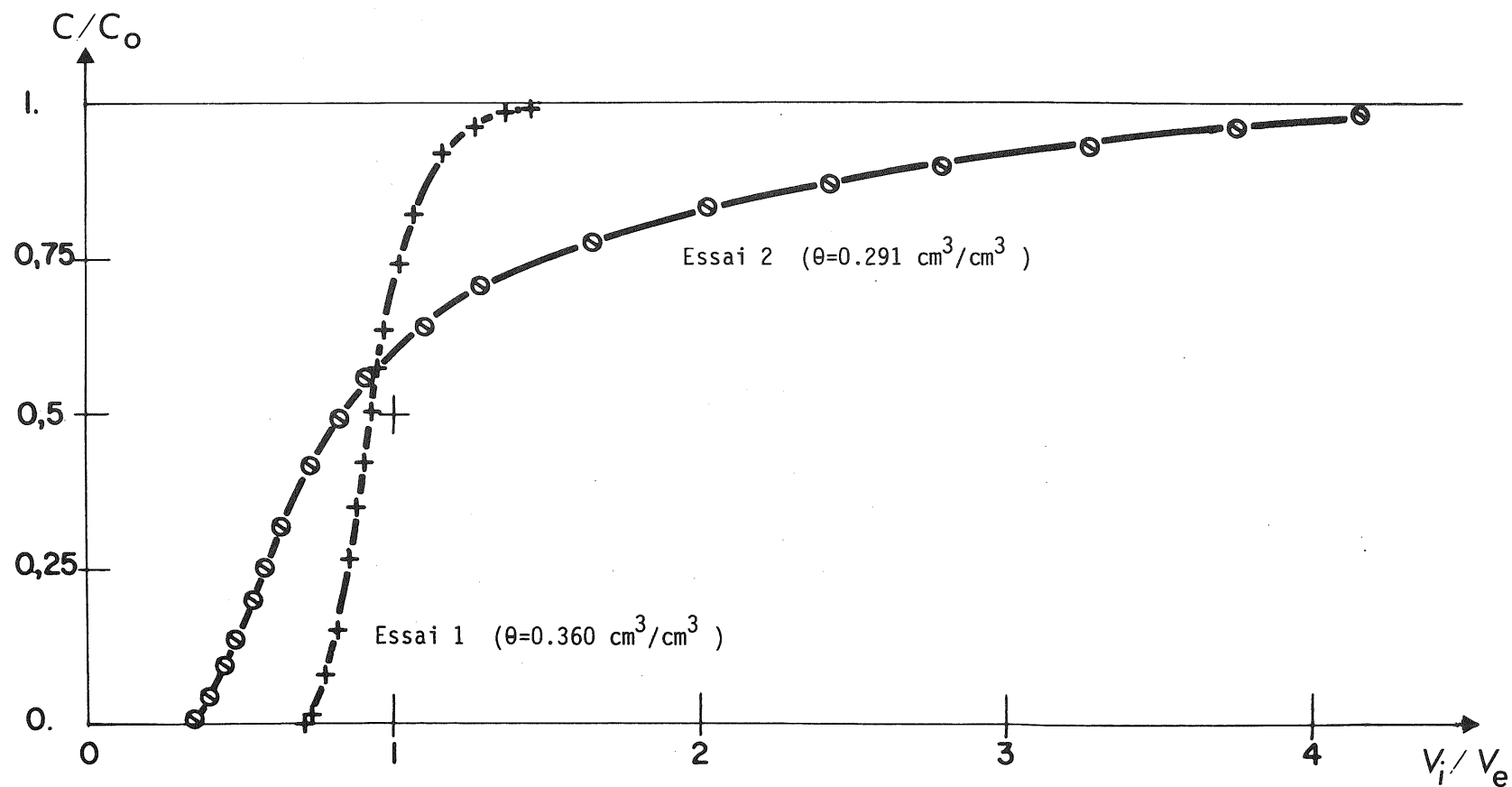


Figure III-3 - Variation de concentration relative pour deux teneurs en eau différentes

accord avec les courbes que l'on peut trouver dans la littérature et concernant des essais en sols totalement saturés. Par contre, pour une teneur en eau plus faible ($\theta = 0,291 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$) la courbe est très différente de la première et surtout la dissymétrie de la courbe par rapport au point où $C/C_0 = 0.5$ est très accusée.

On constate de plus que lorsque la teneur en eau diminue, avec une même vitesse moyenne des molécules d'eau :

- les premières molécules de soluté arrivent plus rapidement au bas de la colonne,
- la concentration en soluté à la sortie de la colonne n'atteint la valeur imposée à l'entrée (C_0) que pour un volume relatif écoulé V_i/V_e beaucoup plus important.

On constate donc à ce niveau que la désaturation du milieu poreux agit de manière importante sur la dispersion. L'étude a ensuite été faite pour des valeurs de flux constantes, mais différentes entre elles, imposées à la surface de la colonne. A chaque flux correspond une teneur en eau (inférieure à la teneur en eau de saturation), car en régime permanent d'écoulement d'eau en sol homogène, le gradient de pression de l'eau du sol est nul ($h = \text{constante} = h_1$) et la teneur en eau qui s'établit correspond au point $\theta(h_1)$ de la courbe caractéristique $\theta(h)$ (cf chapitre V).

Les conditions d'essai sont résumées dans le tableau III-2.

q cm/h	θ cm^3/cm^3	u cm/h
10.8	0.256	42.2
7	0.232	30.2
5	0.216	23.1
1.96	0.199	9.8

Tableau III-2

Il apparaît que la vitesse moyenne de pore u diminue avec la décroissance de la teneur en eau.

Les résultats correspondant à ces essais sont représentés figure III-4, où on a porté les variations de concentration relative en fonction du volume relatif

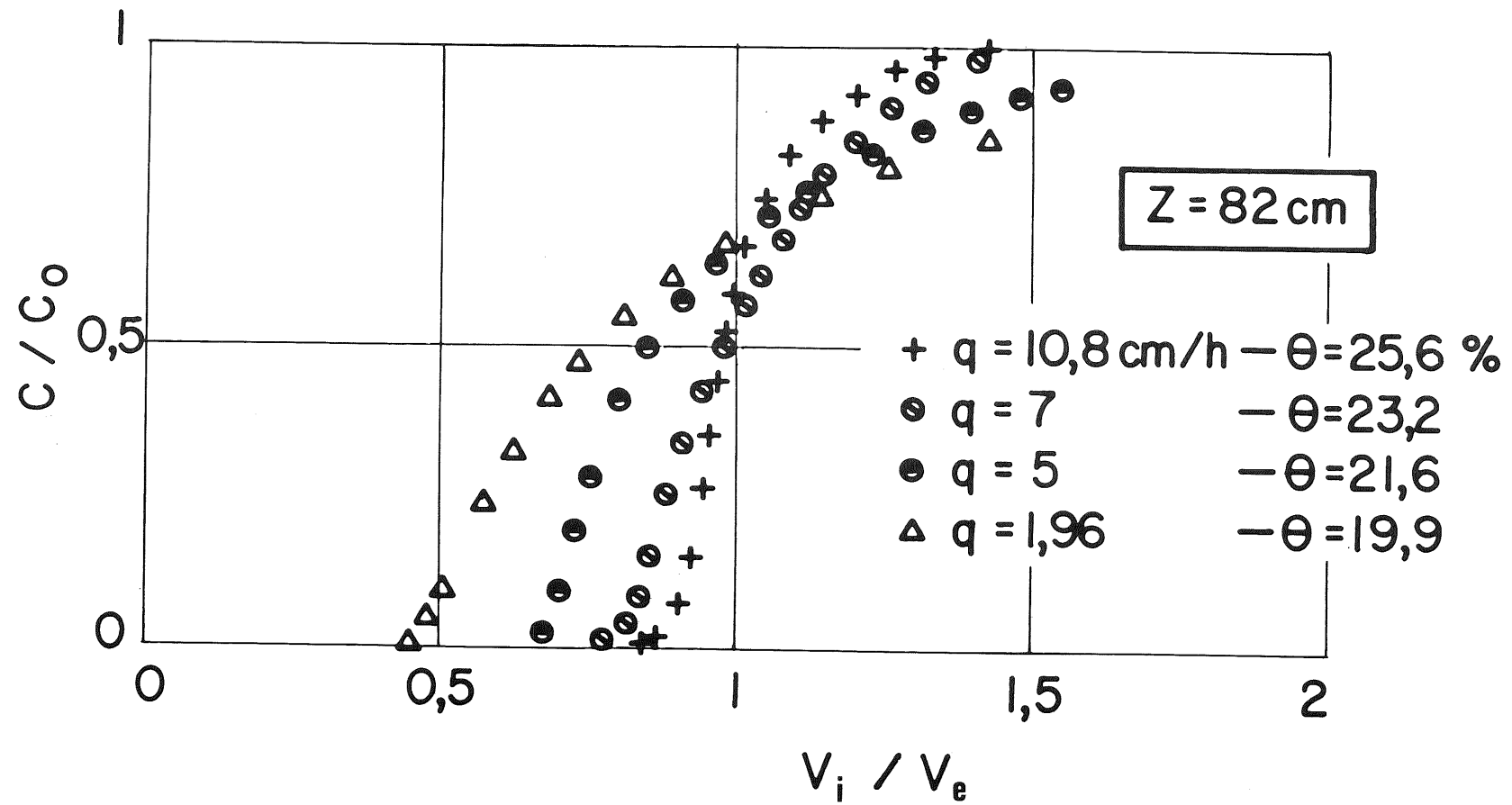


Figure III-4

écoulé, et ce pour la section $z = 82$ cm. Il est remarquable de noter que lorsque u diminue, l'étalement de la zone de transition (entre $C = 0$ et $C = C_0$) s'accroît de manière très sensible. Les travaux précédemment effectués en milieux poreux totalement saturés (par exemple, PFANNKUCH 1962) montrent au contraire que l'épaisseur de la zone de transition diminue ou reste constante quand la vitesse de pore diminue (pour une longueur donnée de milieu poreux).

La diminution de la teneur en eau a donc pour effet d'augmenter considérablement l'épaisseur de la zone de transition pour une même vitesse de pore u et pour un même volume relatif écoulé.

III.1.3- Comparaison du comportement de deux solutés différents

Les résultats précédents ont été obtenus avec le chlorure de calcium comme soluté. Lors d'un même essai, un échelon de concentration en CaCl_2 et simultanément un échelon de concentration en tritium (^3H) ont été imposés. La teneur en eau atteinte est de $0,24 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ pour une vitesse de Darcy de 10.9 cm/h .

La figure III-5 montre les variations de concentration relative du CaCl_2 et du tritium en fonction du temps, à la sortie de la colonne.

On peut constater qu'il n'y a pas de différence de comportement significative (comme dans les résultats de KRUPP et al.) entre les deux solutés qui sont pourtant de nature chimique très différente. Les molécules de chlorure de calcium, d'un encombrement sphérique très nettement supérieur à celles de l'eau, se comportent pratiquement de la même manière que les molécules d'eau tritiée (dont les caractéristiques physiques sont très proches de celles des molécules d'eau). De plus, la concentration en chlorure de calcium était de $2,87 \text{ g/l}$ alors que la concentration en tritium était de l'ordre de la fraction de mCi/l , ce qui représente plusieurs ordres de grandeur de différence. En concentration relative, les comportements des deux solutés restent cependant très comparables.

Dans nos conditions d'expérience (en particulier avec le sol utilisé), le chlorure de calcium représente donc de manière satisfaisante le comportement d'un soluté non interactif avec la matrice solide.

D'autres essais ont été conduits avec une teneur en eau et un flux constants, mais d'une part les résultats seront utilisés dans le chapitre V pour l'identification des paramètres, d'autre part ils n'apportent rien de nouveau au

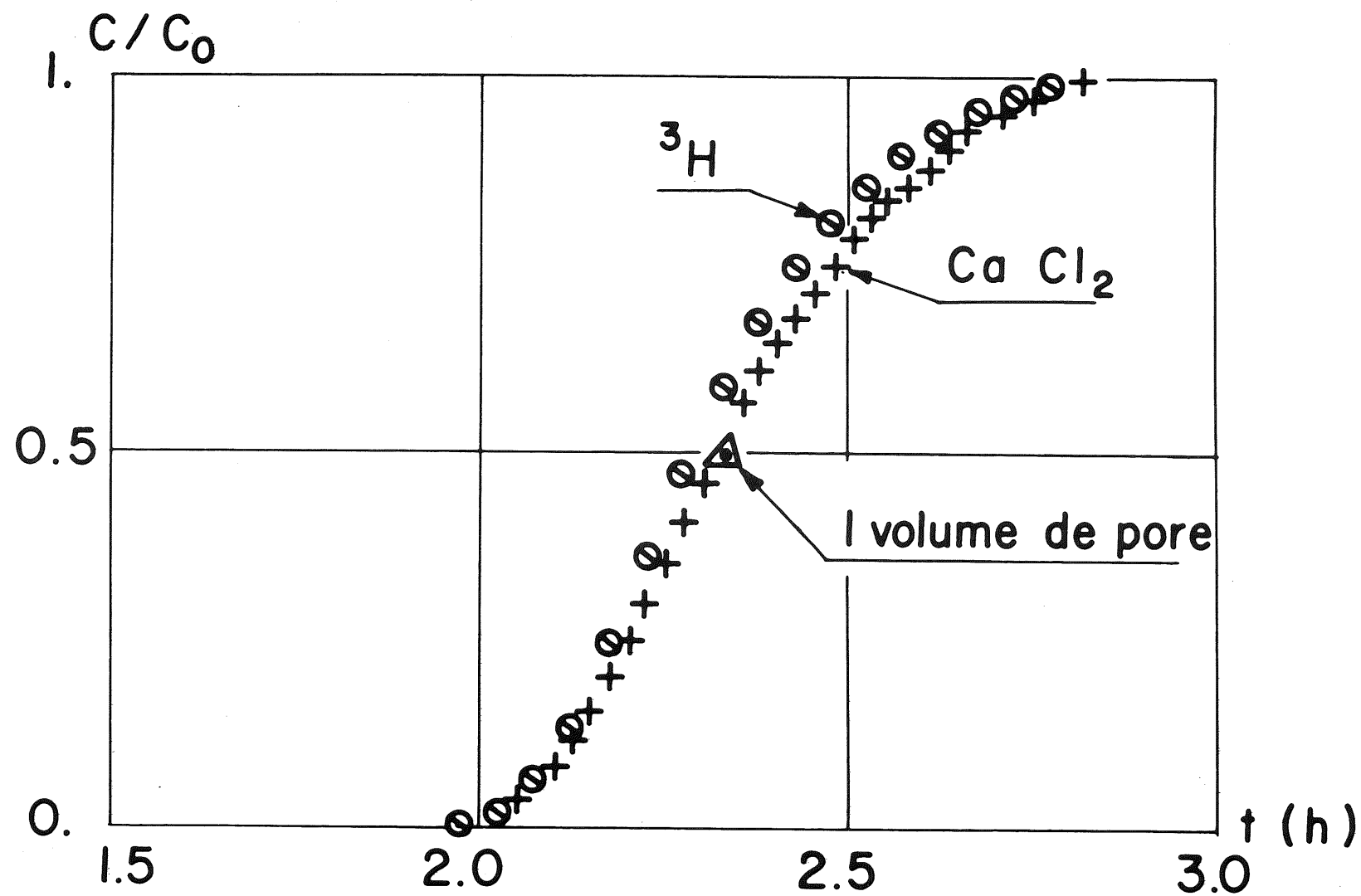


Figure III-5

point de vue interprétation à ce niveau du texte. Ces essais ne sont donc pas présentés ici.

III.2 - ESSAIS EN REGIME HYDRODYNAMIQUE TRANSITOIRE

III.2.1- Infiltration d'eau tritiée dans une colonne d'eau pure drainée

La colonne de sol initialement remplie d'eau pure est drainée de manière à obtenir le profil initial de teneur en eau donné figure III-6. Dans cette colonne drainée on injecte de l'eau tritiée pendant 0,666 h avec une vitesse de DARCY de 10.8 cm/h . A la fin de cette injection l'eau s'est infiltrée jusqu'à la profondeur de 40 cm. Le bas de la colonne est ouvert et connecté par l'intermédiaire d'une paroi poreuse et d'un tube saturé en eau à un niveau constant. La différence de niveau entre le sommet de la colonne et l'extrémité du tube est $L = 120$ cm.

Après la fin de l'infiltration l'eau initialement dans la colonne et l'eau tritiée infiltrée se redistribuent dans la colonne de sol puis s'écoulent par gravité jusqu'à atteindre le bas de la colonne. On simule ainsi ce qui se passerait au niveau du toit d'une nappe lorsque ce niveau est maintenu constant et qu'une pollution accidentelle a eu lieu à la surface du sol.

De petits volumes d'eau d'égale valeur sont recueillis à la sortie de la colonne. En mesurant le temps mis pour recueillir chaque échantillon, on peut connaître les volumes écoulés en fonction du temps. En analysant cette eau, on peut également déterminer les variations de concentration en tritium en fonction du temps.

La figure III-7 donne les variations de volume d'eau et les variations de concentration en tritium à la sortie de la colonne. On notera essentiellement que dans la première eau qui arrive au bas de la colonne il n'y a pas de variation mesurable de concentration en tritium. Le tritium a été choisi comme soluté dans cet essai car il est possible de détecter de très faibles variations de concentrations relatives, beaucoup plus faibles que dans le cas du Ca Cl_2 (avec nos moyens de mesure). D'autre part, la concentration relative maximale atteinte à la sortie de la colonne reste très faible du fait de la dilution du tritium dans l'eau pure initialement présente dans la colonne.

On constate donc que :

- les vitesses apparentes de propagation d'eau et de soluté, dans la zone non-saturée d'un sol, sont différentes

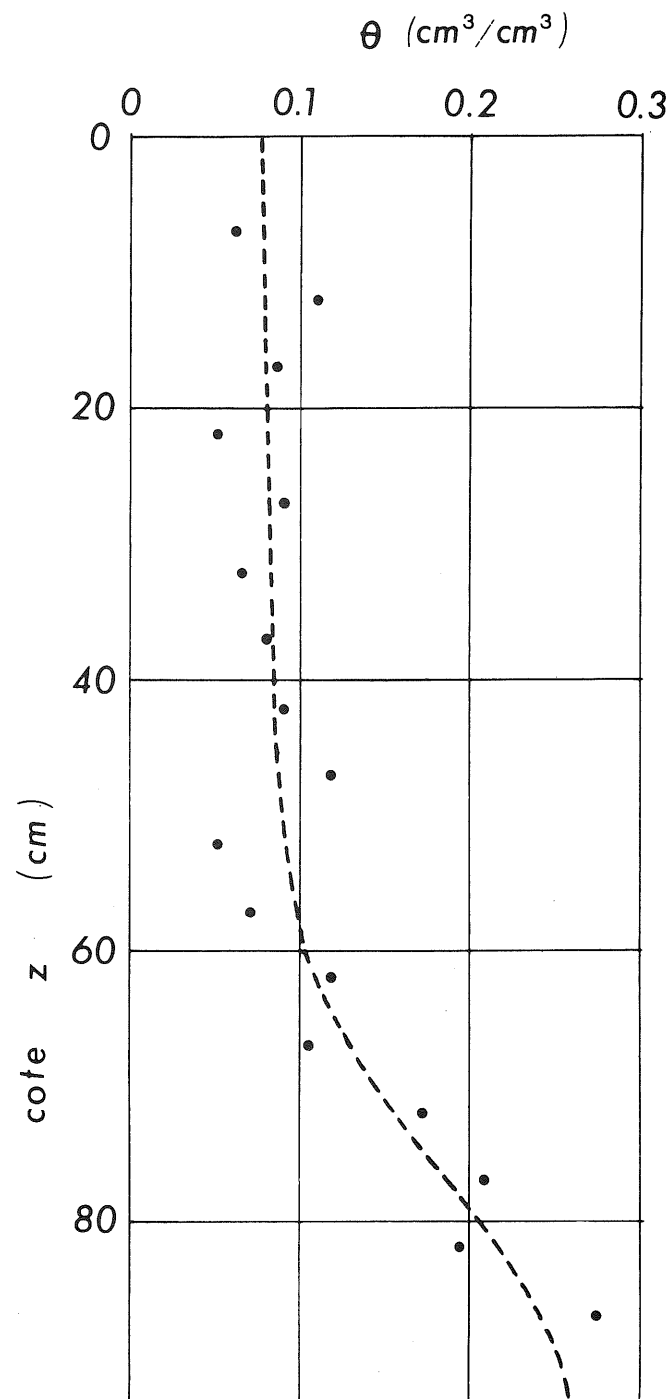


Figure III-6 Profil des teneurs en eau initiales

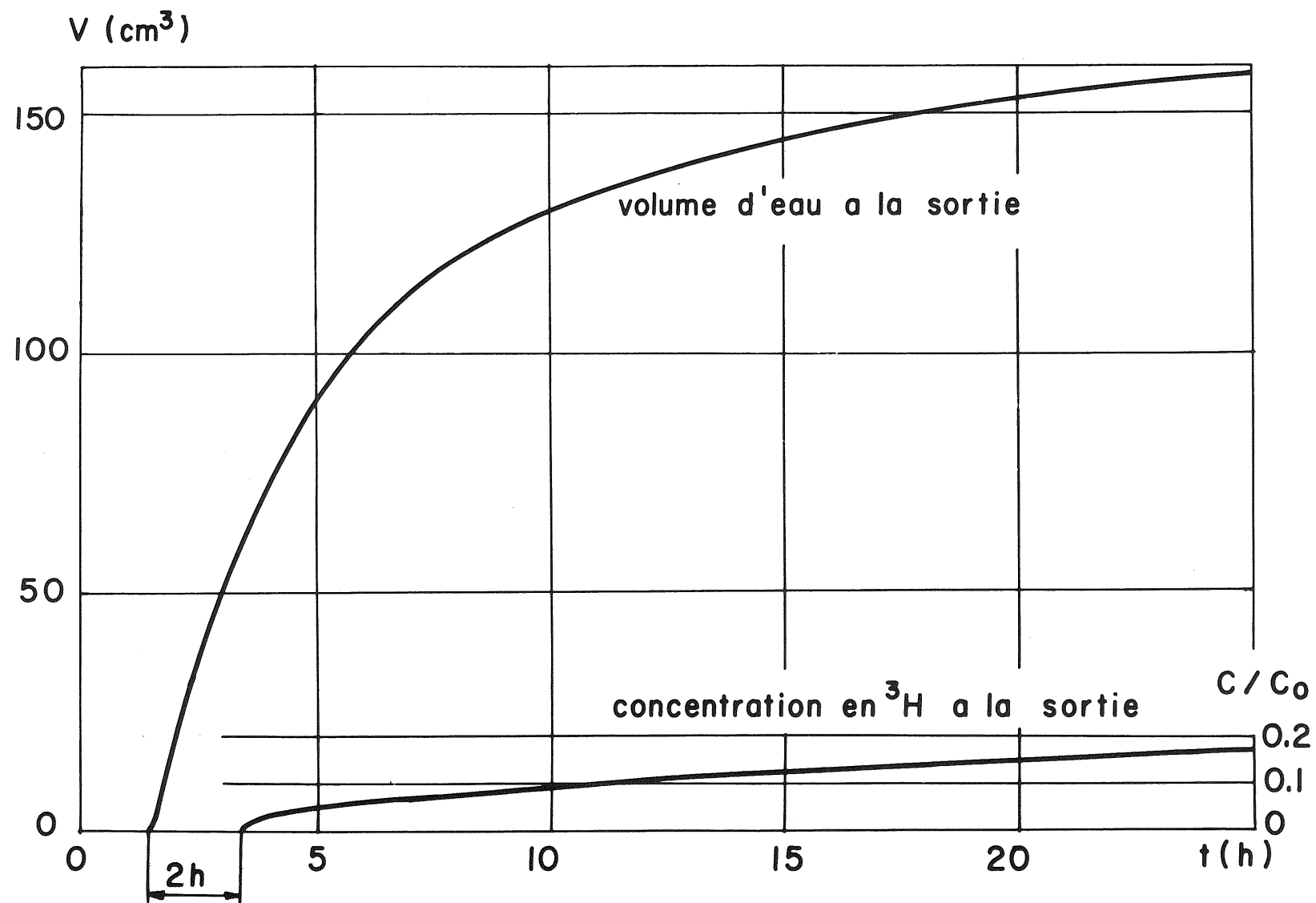


Figure III-7

- la dilution du soluté appliqué à la surface du sol est très importante.

Les deux constatations précédentes conduisent à reconsidérer la méthode de mesure de l'évolution de la recharge des nappes phréatiques à l'aide de traceurs. On ne pourra pas ignorer la physique des transferts dans la zone non-saturée, puisque la vitesse du "traceur" est différente de celle de l'eau, alors que l'on admet couramment que le traceur et l'eau ne sont qu'un et que par conséquent leurs vitesses de percolation sont identiques. Ceci peut conduire à de très importantes erreurs sur les valeurs des volumes d'eau disponibles au toit de la nappe.

De plus, on a vu que la dilution du soluté est très marquée, ce qui oblige à faire des mesures extrêmement précises pour obtenir des résultats significatifs. En effet les concentrations des traceurs imposés à la surface des sols sont très faibles, et comme elles subissent une grande variation au cours du transfert, les valeurs à mesurer au niveau de la nappe devront mettre en oeuvre des moyens très raffinés pour avoir une précision suffisante.

III.2.2- Infiltrations d'eau salée en CaCl_2 dans une colonne d'eau pure drainée

Une série d'essais d'infiltrations d'eau salée dans un sol drainé contenant de l'eau pure, avec différentes conditions aux limites ont enfin été effectuées. Deux des essais les plus significatifs sont présentés.

Le premier essai consiste en l'injection à vitesse de Darcy constante ($q_0 = 8 \text{ cm/h}$) d'eau salée à la surface supérieure du sol. La teneur en eau initiale dans la colonne correspond à un profil de drainage. La teneur en eau peut être considérée comme uniforme jusqu'à 65 cm de profondeur. La valeur moyenne de la teneur en eau initiale dans les 65 premiers centimètres de sol est de $0,10 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$.

Les conditions initiales s'écrivent :

$$\begin{aligned} t < 0 \quad \theta(z,t) &= \theta_i = 0,10 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \\ C(z,t) &= 0 \text{ g/l} \end{aligned}$$

Les conditions à la limite supérieure s'écrivent :

$$\begin{aligned} t \geq 0 \quad q(0,t) &= q_0 = 8 \text{ cm/h} \\ J(0,t) &= \text{cte} \end{aligned}$$

avec $J(0,t)$: flux massique de sel à la cote $z = 0$.

Les profils de teneur en eau θ , et de concentration relative C/C_0 en fonction de la cote z , pour différents temps sont représentés figure III-8.

Le résultat remarquable est qu'à un même temps (0,9 h par exemple), le front de salinité détectable par notre méthode de mesure est en retard par rapport au front d'humidité. On retrouve ici le résultat obtenu avec le tritium, mais on possède un élément supplémentaire important : la répartition du soluté dans le sol à un temps donné.

Cet essai est représentatif du cas de la propagation d'une pollution à travers la zone non-saturée d'un sol à dominante sableuse.

Le second essai présenté correspond à l'injection d'un volume limité d'eau salée à débit constant, immédiatement suivi d'une infiltration d'eau pure avec le même débit constant. Le profil initial de teneur en eau, obtenu après drainage de la colonne, peut être considéré comme constant et θ_i est égale à $0,10 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ sur les 55 premiers centimètres de la colonne. La vitesse de Darcy à la surface du sol, maintenue constante durant tout l'essai est : $q_0 = 8 \text{ cm/h}$. Ces valeurs de θ_i et q_0 sont les mêmes que pour l'essai précédemment décrit.

Les conditions initiales s'écrivent :

$$\begin{aligned} t < 0 \quad \theta(z,t) &= \theta_i = 0,10 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \\ C(z,t) &= 0 \text{ g/l} \end{aligned}$$

Les conditions à la limite supérieure s'écrivent :

$$\begin{aligned} 0 \leq t < t_c \quad q(0,t) &= q_0 = 8 \text{ cm/h} \\ J(0,t) &= C_{te} \\ t \geq t_c \quad q(0,t) &= q_0 = 8 \text{ cm/h} \\ J(0,t) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{avec } t_c = 0,131 \text{ h et } C_0 = 6 \text{ g/l}$$

Les profils de teneur en eau θ , et de concentration relative C/C_0 en fonction de la cote z , mesurés au temps $t = 0,8 \text{ h}$ sont représentés figure III-9.

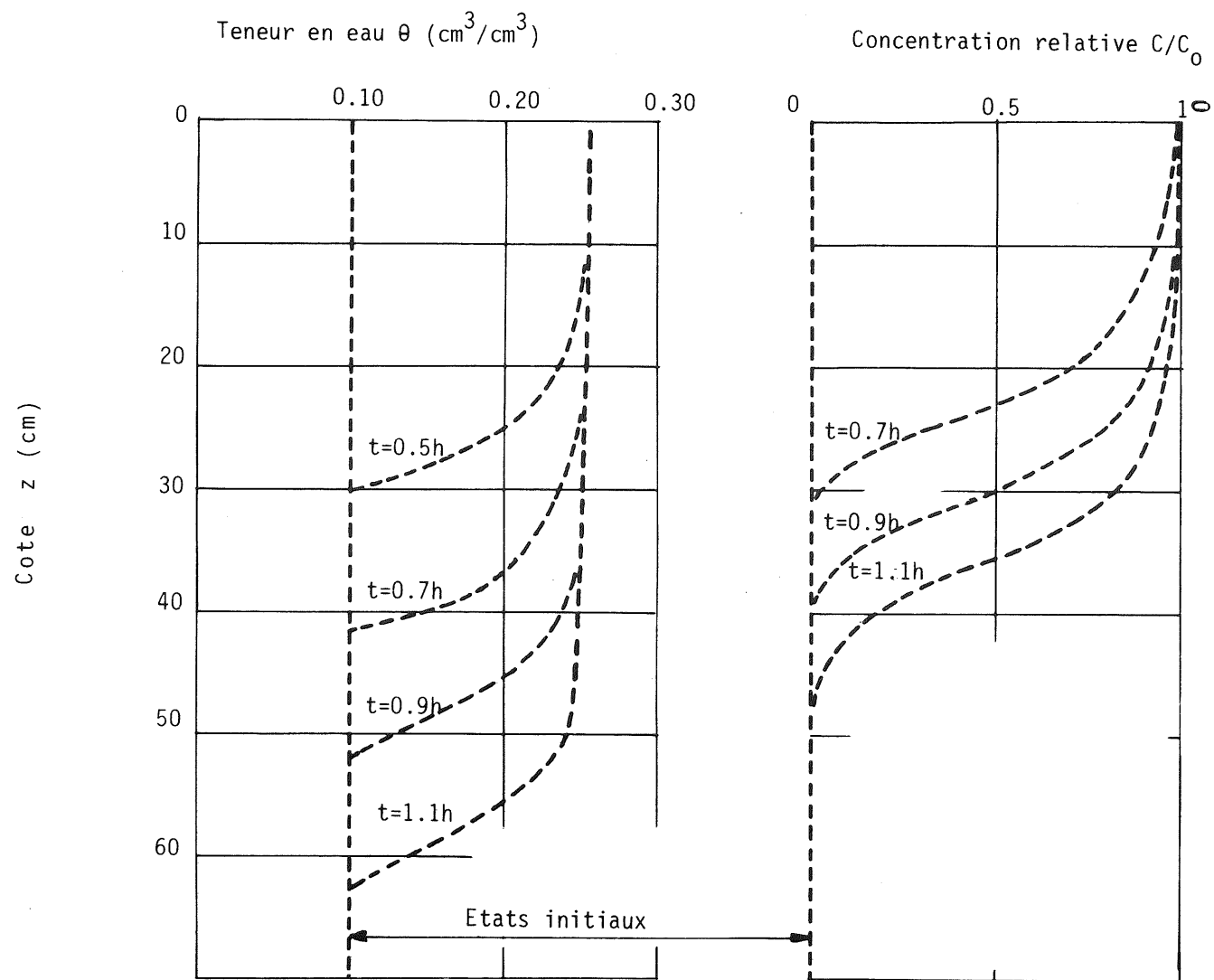


Figure III-8

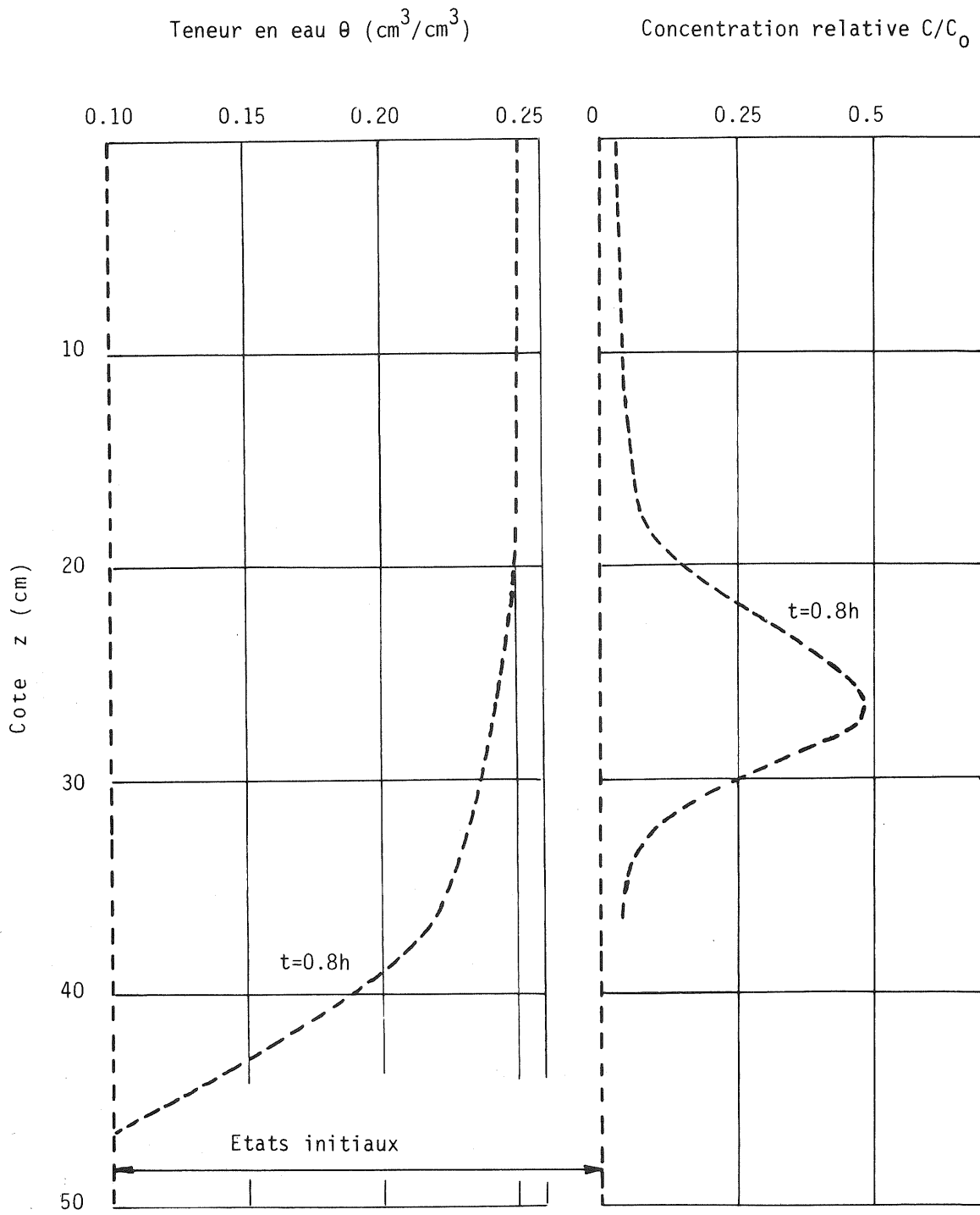


Figure III-9

On retrouve le retard pris par le front de salinité par rapport au front d'humidité. On constate d'autre part que le soluté est étalé depuis le front (37 cm environ) jusqu'à la surface du sol. Cet étalement se décompose en deux parties :

- Une importante fraction de soluté est localisée entre 37 et 17 cm avec un pic nettement marqué à 27 cm.
- La faible fraction restante est figurée par la queue de courbe entre 17 cm et la surface.

Cette dernière fraction ne représente qu'une faible partie de la masse totale de soluté injecté, mais doit être prise en compte lors d'un lessivage si l'on veut atteindre de très faibles concentrations en tout point du sol. Comme il n'existe pas un front de concentration dû au lessivage, aussi net que le front dû à la salinisation du sol, on devra prévoir des volumes d'eau pure suffisamment importants pour éliminer complètement le soluté du massif poreux.

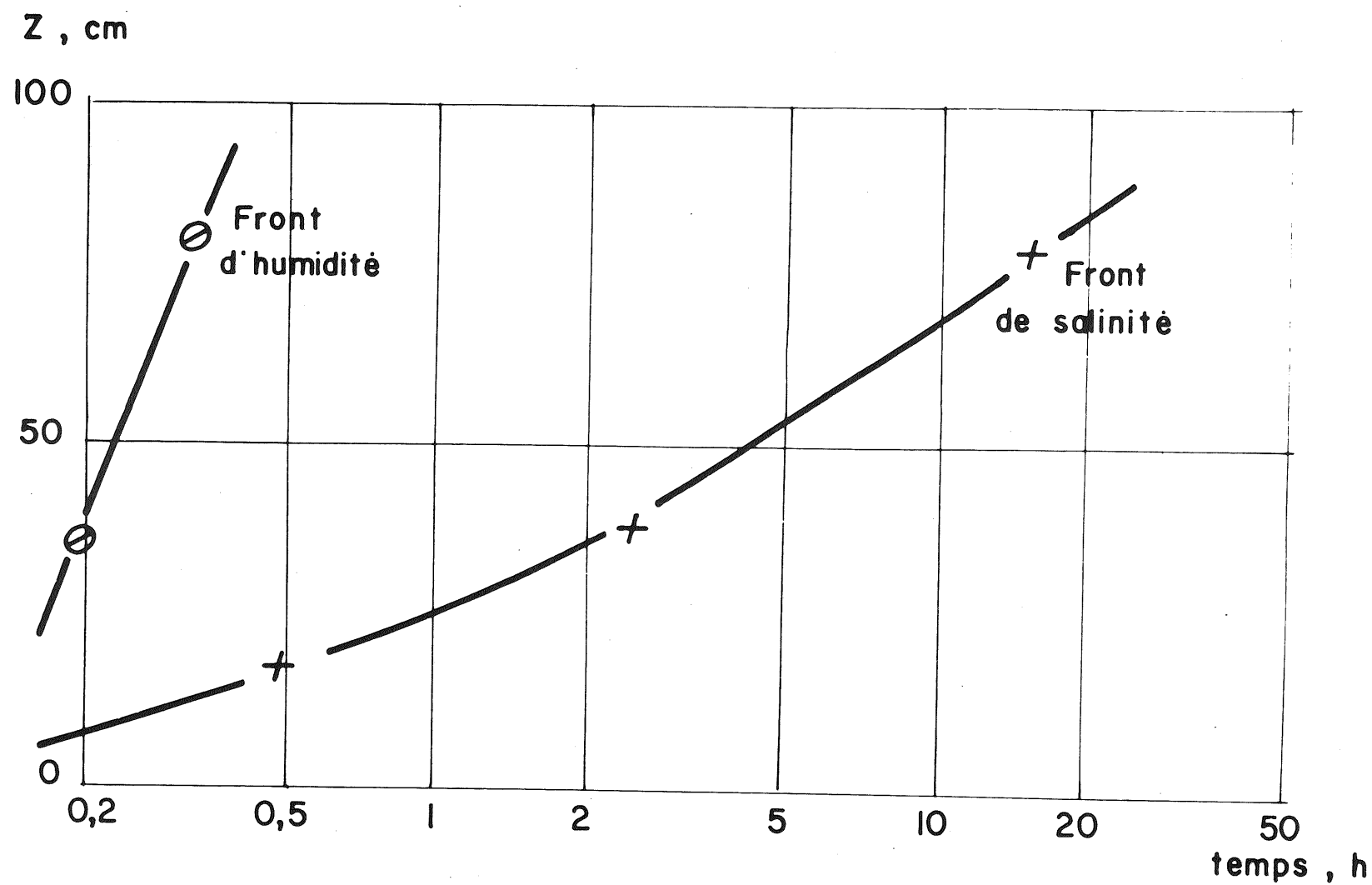
Ce dernier essai est la simulation de la propagation et du lessivage d'une quantité limitée d'une substance chimique dans la zone non-saturée d'un sol sableux.

III.2.3- Un essai d'infiltration d'eau salée en CaCl_2 sur un terrain naturel

Les techniques expérimentales utilisées sur le terrain sont sensiblement différentes de celles employées au laboratoire et décrites au Chapitre II. Seul un résultat sera présenté ici, sans développement, mais on pourra se reporter à la thèse de JEGAT (1975) en ce qui concerne la description des techniques de mesure.

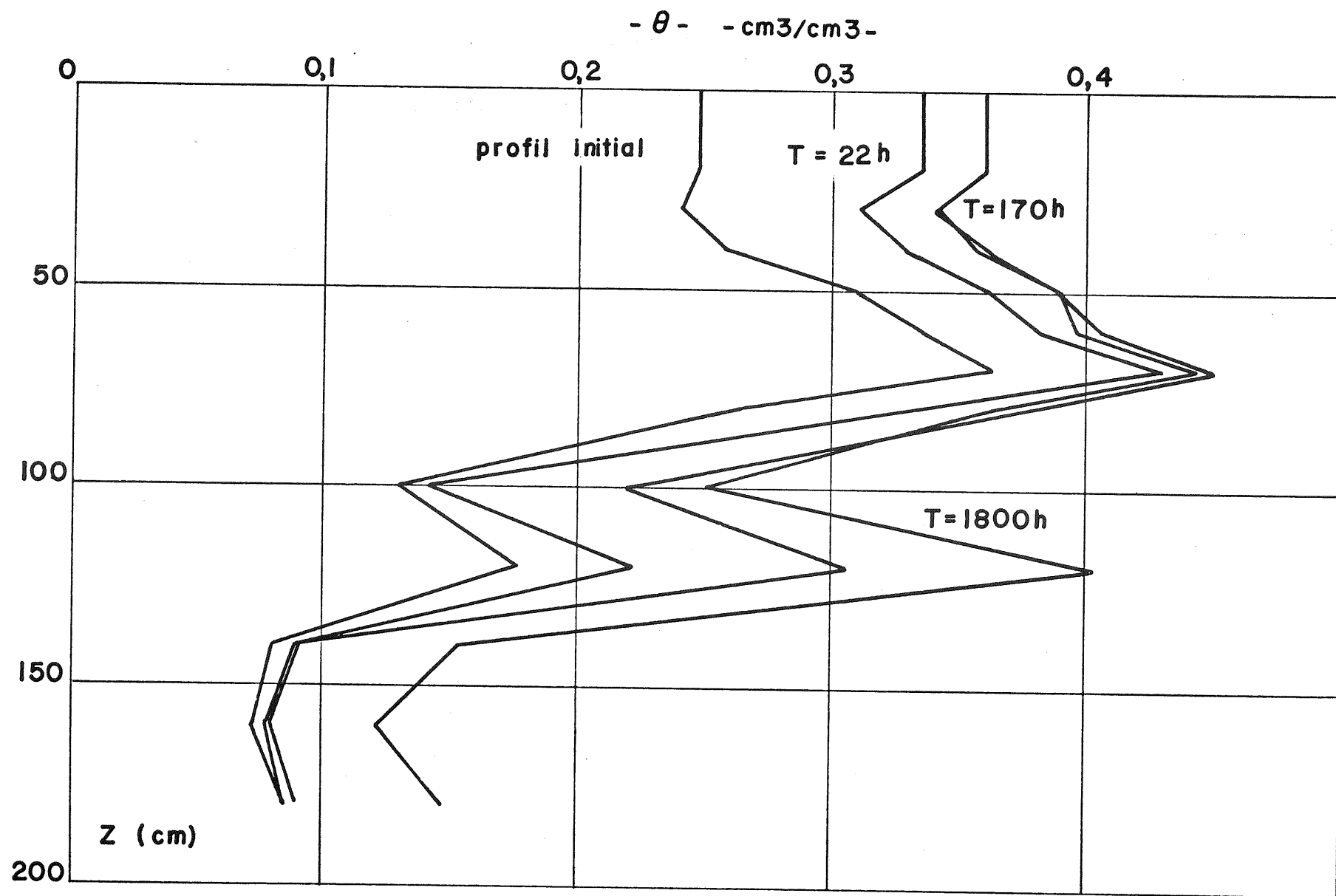
Dans un profil initial de teneurs en eau élevées, on infiltre un volume limité d'eau salée (correspondant à une lame d'eau de 64 mm). On mesure séparément les variations dans le temps des teneurs en eau et des concentrations à différentes profondeurs. La figure III-10 présente la profondeur de pénétration des fronts d'humidité et de salinité en fonction du temps. On peut voir que les résultats obtenus en laboratoire sont confirmés et possèdent même une amplitude supérieure.

Il est cependant bon de noter que les profils de teneur en eau durant cet essai (figure III-11) ne sont pas du tout aussi réguliers que pour les essais



Essai d'infiltration "in_situ"

Figure III-10



*Figure III-11 Exemple de profils de teneur en eau
sur un terrain naturel*

de laboratoire. Ceci est dû au fait que le terrain est stratifié et que chaque strate a des caractéristiques différentes des autres.

La stratification du sol a un autre effet, non négligeable, illustré par la figure III-12, où il est montré que la variation de concentration relative en fonction du temps est très lente pour les temps supérieurs à 200 h. Ce résultat acquis malgré un apport non-négligeable d'eau pure (pluie) indique que le lessivage d'un sol stratifié doit prévoir des volumes d'eau importants.

Dans des conditions naturelles du terrain, la très nette différence des vitesses apparentes de propagation de l'eau et du soluté conduit donc à exclure la définition du mouvement de l'eau dans la zone non-saturée par la seule connaissance des variations de concentrations (utilisation des traceurs).

III.3 - CONCLUSIONS

Les résultats présentés dans ce chapitre font ressortir plusieurs points importants.

La mesure locale des variations de concentrations est indispensable pour définir correctement le transfert d'un soluté dans la zone non-saturée d'un sol. Cette précaution permet de connaître la répartition spatiale du soluté, mais aussi de contrôler l'absence d'instabilités de l'écoulement d'eau. Ces deux derniers points ne peuvent pas être pris en compte par la seule analyse des variations de concentration à la sortie des colonnes.

Les résultats que nous avons obtenus par la mesure "in situ" des variations de concentrations permettent de dégager deux comportements principaux du soluté en milieu poreux non-saturé :

- La désaturation du sol augmente de manière considérable l'étalement de la zone de mélange pour une même vitesse moyenne de pore de l'eau en régime hydrodynamique permanent.

- Les vitesses apparentes de propagation de l'eau et du soluté sont différentes lors d'un écoulement transitoire d'eau et la différence est d'autant plus grande que le sol est initialement plus humide.

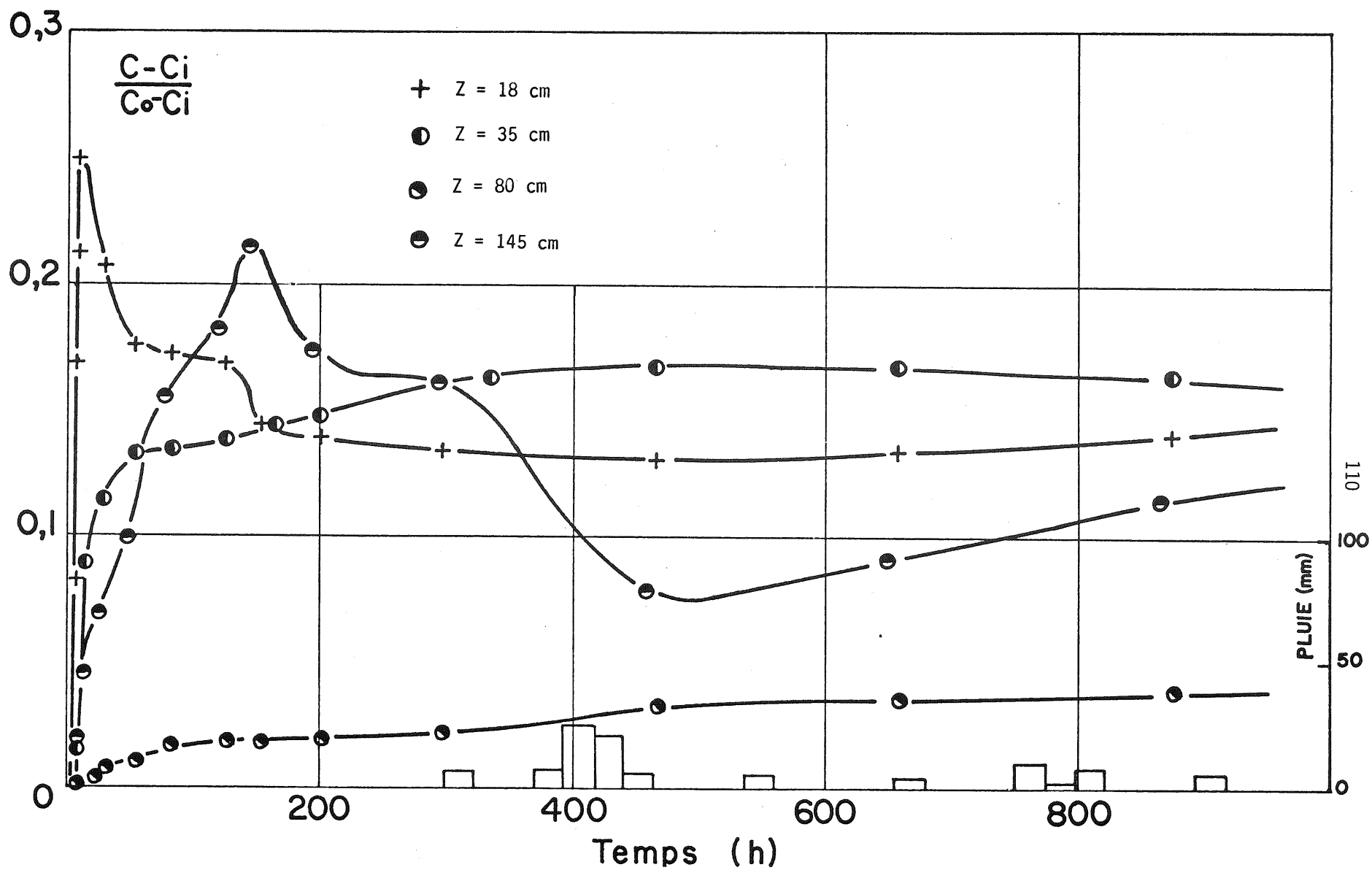


Figure III-12 Evolutions des concentrations à différentes profondeurs

SECONDE PARTIE

MODELISATION MATHEMATIQUE
ET DETERMINATION DES PARAMETRES

CHAPITRE IV

MODELISATION DE L'ECOULEMENT D'EAU ET DU TRANSFERT DE SOLUTE

Les résultats expérimentaux présentés dans le chapitre précédent mettent en valeur un certain nombre de phénomènes physiques et aident à leur compréhension. Ils ne suffisent cependant pas pour prédire le transfert d'un soluté dans des conditions très différentes de celles utilisées au cours des essais présentés.

Dans le but de faire de la prévision, deux voies (au moins) sont possibles :

a) Explorer expérimentalement toute la gamme de variation des grandeurs physiques du problème. La prévision sera alors réduite à la comparaison directe du cas à étudier avec un cas déjà étudié, ce qui suppose que toutes les possibilités aient été envisagées.

b) Essayer de construire un modèle représentant aussi fidèlement que possible la réalité physique, et prédire un cas spécifique à l'aide de ce modèle. Il est alors nécessaire de déterminer expérimentalement les paramètres intervenant dans le modèle.

Pour chaque méthode des expériences doivent être faites. Cependant, nous avons choisi la seconde voie pour les raisons suivantes :

- la construction d'un modèle permet de mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu, puisqu'on doit les décrire
- les paramètres importants peuvent être dégagés (par une étude de sensibilité, ou des considérations physiques), de manière à réduire au maximum le nombre d'essais à effectuer,
- la comparaison des résultats obtenus à l'aide du modèle avec une expérience (différente de celle qui a servi à déterminer les paramètres), permet de

juger si les hypothèses formulées sont réalistes.

La modélisation que nous avons choisie est la description mathématique de l'écoulement de l'eau et du transfert de soluté. Cette description dépend des hypothèses formulées et des phénomènes physiques pris en compte. Néanmoins, cette modélisation reste très souple car il suffit de changer (ou d'ajouter) une relation pour respecter une condition différente (ou supplémentaire).

IV.1 - ÉCOULEMENT DE L'EAU

Parmi les différentes modélisations possibles, nous avons choisi de décrire l'écoulement de l'eau par la méthode la plus utilisée par les hydrologues. Ce choix est justifié par le fait que dans le cadre des conditions de travail utilisées cette méthode est la plus simple à mettre en oeuvre.

IV.1.1 - Conservation de masse de l'eau

Pour un écoulement non-permanent, unidirectionnel, de l'eau dans un milieu poreux non-saturé, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w \theta) = - \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w q) \quad (\text{IV-1})$$

où

- t est le temps [T]
- z est la cote, prise positivement vers le bas, et dont l'origine est arbitrairement choisie à la surface supérieure du sol [L]

Dans nos conditions de travail, l'eau est incompressible, et sa masse volumique n'est pas affectée significativement par la présence de soluté. On pourra donc écrire :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (\text{IV-2})$$

Il est parfaitement possible d'utiliser la relation (IV-1) en prenant en compte les variations de masse volumique avec la concentration en soluté si l'on connaît la relation $\rho_w = \rho_w(C)$. Compte tenu des faibles variations de ρ_w , dans nos conditions d'essais, il est inutile d'alourdir le problème.

IV.1.2 - Equation dynamique

La loi de DARCY en milieu poreux saturé exprime la proportionnalité entre le flux d'eau et le gradient de potentiel auquel est soumise cette eau. Cela revient à négliger, dans les équations de NAVIER-STOKES les termes d'inertie.

Cette loi de DARCY est étendue aux milieux poreux non-saturés sous la forme :

$$q = - K (\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \quad (IV-3)$$

où

- $K (\theta)$ est le coefficient de conductivité hydraulique $[LT^{-1}]$ qui dépend très fortement de la teneur en eau
- H est le potentiel total créant l'écoulement d'eau $[L]$

Dans les conditions où nous travaillons H se réduit à trois termes soit :

$$H = h (\theta) - z + p_{osm} \quad (IV-4)$$

Dans la relation précédente on notera que :

- h est le terme capillaire qui dépend de la teneur en eau donc $h = h(\theta)$
- z est le terme gravitaire
- p_{osm} est le terme osmotique, exprimé en hauteur d'eau, qui dépend de la concentration en soluté C , et éventuellement de la teneur en eau θ .

H dépend donc de la teneur en eau (θ) et de la concentration (C).

Il est important de noter que cette écriture de la loi de DARCY n'est valable que dans nos conditions de travail. En particulier on suppose qu'il n'existe pas de gradient de température (enceinte isotherme).

D'autre part, les hypothèses supposant que la phase gazeuse est partout à la pression atmosphérique, et que la matrice solide est indéformable, sont très importantes. Par exemple, s'il existe une interaction entre l'eau et le support solide (cas du gonflement des argiles), la loi de DARCY est en défaut.

IV.1.3 - Equation de l'écoulement d'eau

L'équation de l'écoulement d'eau est obtenue en introduisant l'équation dynamique dans l'équation de continuité, soit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial H(\theta, C)}{\partial z} \right] \quad (IV-5)$$

Il apparaît donc que la résolution du problème de l'écoulement de l'eau dépend de la connaissance des relations $K(\theta)$ et $H(\theta, C)$, qui représentent les caractéristiques du sol et de l'écoulement.

La détermination pratique de ces paramètres caractéristiques devra être faite expérimentalement.

IV.2 - TRANSFERT DU SOLUTE

La caractéristique essentielle du transfert d'un soluté en solution dans l'eau du sol est l'étalement dans l'espace des molécules du soluté au cours du temps. Cet étalement est dû à la diffusion moléculaire, au mélange mécanique et aux échanges physico-chimiques.

On considère, selon les conditions de travail, qu'il n'existe pas d'échange entre le soluté et les grains de sol, et on décrira le transfert selon deux hypothèses différentes concernant l'écoulement de l'eau :

- toute l'eau présente dans le milieu poreux participe à l'écoulement avec une même vitesse moyenne
- une fraction de l'eau est immobile et reste liée à la matrice solide.

a) Conservation de masse du soluté dans le cas où toute l'eau du milieu poreux participe à l'écoulement

Prenons un élément de volume élémentaire suffisamment petit pour considérer qu'il n'existe pas de discontinuité des grandeurs q , C , θ et suffisamment grand pour être continu à l'échelle macroscopique (c'est-à-dire un élément de volume élémentaire, E.V.R.).

A cette échelle macroscopique la conservation de masse du soluté s'écrit (WARRICK et al. , 1971)

$$\frac{\partial C\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\theta D_{ap} \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial qC}{\partial z} \quad (IV-6)$$

- où
- D_{ap} est le coefficient de dispersion apparent [$L^2 T^{-1}$]
 - le terme de gauche représente la variation de stock de soluté dans l'E.V.R. pendant un temps dt
 - le premier terme de droite décrit le transport de masse de soluté par dispersion
 - le second terme de droite décrit le transport de masse de soluté par convection.

b) Conservation de masse du soluté dans le cas où une fraction de l'eau reste immobile

Comme nous l'avons décrit au chapitre I, une fraction du liquide présent dans le milieu poreux, peut rester liée à la matrice solide (eau pellaire, pores en cul de sac).

L'importance de cette fraction dépend de la forme (surface spécifique) et de la distribution (masse volumique sèche, courbe granulométrique) des grains.

Pour un milieu poreux formé de billes de verre, cette fraction liée est négligeable ; par contre pour une argile il existe un fort pourcentage de liquide qui reste fixé à la matrice solide.

D'autre part, le nombre de pores en cul-de-sac augmente quand la teneur en eau diminue. Le volume d'eau "morte" s'accroît alors, car d'une part la présence d'un volume d'air plus important crée de nouveaux pores en cul-de-sac ; d'autre part l'existence de ménisques équivaut à une rupture de certains chemins hydrauliques (ORLOB et al., 1958).

Une représentation schématique de ce phénomène est proposée figure IV-1.

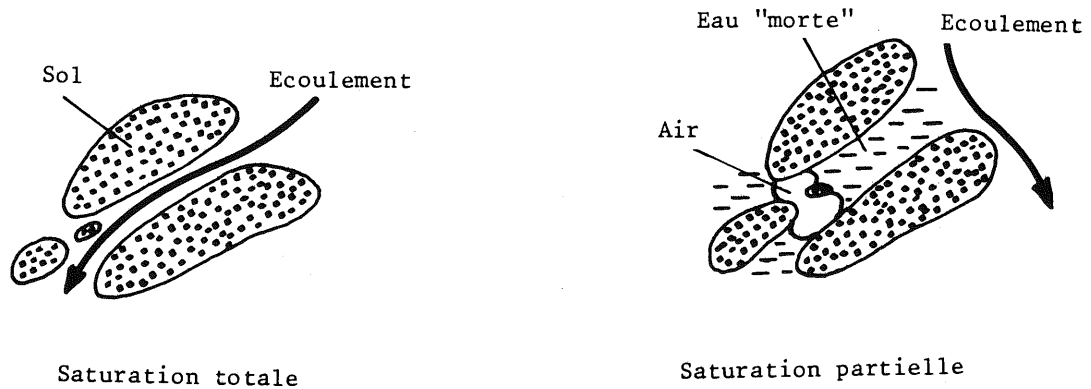


Figure IV-1 : Effet de l'air piégé sur l'écoulement

Dans le cas où une fraction de l'eau s'écoule à une même vitesse moyenne et où l'autre fraction reste liée, nous écrivons la relation de conservation de masse de soluté en séparant la contribution de chaque fraction liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_m \theta_m) + \frac{\partial}{\partial t}(C_{im} \theta_{im}) = \frac{\partial}{\partial z}(D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial z}(D_{im} \theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial z}) - \frac{\partial q C_m}{\partial z} \quad (IV-7)$$

où D_m est le coefficient de dispersion dans la fraction mobile
 D_{im} est le coefficient de dispersion dans la fraction immobile

En négligeant la dispersion dans la fraction immobile de l'eau, qui est due uniquement à la diffusion moléculaire, la relation (IV-7) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_m \theta_m) + \frac{\partial}{\partial t}(C_{im} \theta_{im}) = \frac{\partial}{\partial z}(D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z}) - \frac{\partial q C_m}{\partial z} \quad (IV-8)$$

c) Transfert de soluté entre l'eau mobile et l'eau immobile

Pour résoudre le problème mathématique dans le cas où une fraction de l'eau demeure immobile, on doit écrire une relation entre C_m et C_{im} , par exemple en considérant l'échange de masse de soluté entre l'eau mobile et l'eau immobile.

DEANS (1963) et COATS et al. (1964) ont ainsi proposé pour rendre compte de cet échange une relation, que nous adopterons, de la forme :

$$\theta_{im} \left(\frac{\partial C_{im}}{\partial t} \right) = a (C_m - C_{im}) \quad (IV-9)$$

où a est un coefficient de transfert $[T^{-1}]$.

d) Paramètres caractéristiques

Dans le cas où toute l'eau s'écoule, un seul paramètre, D_m , devra être déterminé à partir des expériences. Dans l'hypothèse où une fraction de l'eau est immobile, le modèle proposé impose de connaître trois paramètres caractéristiques : θ_m , D_m et a . Là encore les paramètres devront être appréhendés à partir d'essais expérimentaux.

Nous reviendrons en détail au chapitre V sur la représentativité des deux modèles proposés et sur la détermination pratique des paramètres.

IV.3 - PROBLEME COUPLE : ECOULEMENT D'EAU - TRANSFERT DE SOLUTE

Le problème complet de l'écoulement d'eau et du transfert de soluté dans un milieu poreux non saturé en régime non-permanent sera résolu en traitant simultanément le problème hydrodynamique et le problème dispersif.

Un des points les plus importants à considérer, pour choisir une méthode de résolution, est l'interdépendance des deux problèmes.

IV.3.1 - Influence du régime d'écoulement d'eau sur le transfert de soluté

Sans eau, les solutés ne peuvent pas transiter dans les sols. L'influence de l'eau sur le transfert des solutés est donc évidente : l'eau est le vecteur du soluté. Dès que de l'eau est présente, même sans mouvement, les solutés peuvent se déplacer (par diffusion moléculaire) s'il existe un gradient de concentration. Ce type de transfert reste cependant très faible s'il n'est pas associé à la dispersion mécanique due au mouvement du fluide.

Le phénomène de l'étalement du soluté dans le sol, doit être pris en considération, surtout à petite échelle. C'est le cas, par exemple, de la répartition d'un engrais dans la zone des racines des plantes, où la distribution spatiale

de la substance chimique est une donnée très importante (transformation des nitrates, optimisation des rendements, lessivage du sol ...).

Toutefois, dans la plupart des cas pratiques, le transfert d'un soluté dans le sol est dû principalement au transport convectif dans l'eau. On voit donc clairement que le transfert d'une substance chimique est très intimement lié à l'écoulement de l'eau. Il faudra donc définir parfaitement cet écoulement à deux points de vue :

- écoulement moyen de l'eau qui donnera une position moyenne grossière du soluté,
- structure de l'écoulement (comme par exemple une distribution de vitesses dans une section perpendiculaire à l'axe de la vitesse moyenne) qui donnera une répartition fine des concentrations.

On verra par la suite que ce second point est loin d'être négligeable.

Une bonne connaissance de l'écoulement de l'eau est donc absolument nécessaire pour traiter le problème du transfert des solutés dans les sols.

IV.3.2 - Influence de la présence d'un soluté sur l'écoulement d'eau

La mise en solution dans l'eau d'une substance chimique provoque l'apparition d'un potentiel osmotique.

Comme décrit au chapitre I, le potentiel osmotique est mis en évidence à l'aide de membranes semi-perméables laissant passer l'eau et retenant les molécules de soluté dans une zone où il existe un gradient de concentration en soluté.

Dans le cadre de notre étude, c'est-à-dire dans un milieu poreux naturel il convient de noter que :

- de telles membranes semi-permeables n'existent pas (les racines des plantes constituent certainement les meilleures membranes semi-permeables connues, mais ne sont pas prises en compte dans cette étude)
- de très forts gradients de concentration comme ceux intervenant à travers une membrane ne peuvent exister qu'au début d'un transfert, car l'apparition et le développement d'une zone de mélange font rapidement diminuer les gradients de concentration.

Reste cependant à étudier le point suivant : quelle est l'importance des transferts d'eau liquide entre un point situé dans la zone d'eau pure, et un point situé dans la zone de solution, sous l'effet du gradient de concentration ou de potentiel osmotique ?

Ce point a fait l'objet d'essais, en particulier par COREY et al. (1961) et par LETEY et al. (1969). On peut d'une façon théorique, considérer l'équation généralisée des transferts dus à un couplage de force, en application de la théorie des processus irréversibles (ABD-EL-AZIZ et al, 1965, ou BOLT et al, 1972) ou plus simplement écrire, comme BRESLER (1973) le terme osmotique p_{osm} sous la forme :

$$p_{osm} = \sigma_{\pi} \frac{\pi}{\rho_w g} \quad (IV-10)$$

où π est la pression osmotique dépendant de la concentration et σ_{π} un coefficient osmotique "efficace".

Ceci conduit à écrire, sous les hypothèses considérées, l'équation d'écoulement de l'eau sous la forme :

$$q = - K(\theta) \left[\frac{\partial h}{\partial z} - 1 + \frac{\sigma_{\pi}}{\rho_w g} \frac{\partial \pi}{\partial z} \right] \quad (IV-11)$$

On considère donc que l'écoulement de l'eau entre deux points est dû à un gradient de potentiel décomposable en trois termes : la capillarité et la gravité affectées du coefficient $K(\theta)$ et un terme osmotique affecté du coefficient $K(\theta) \cdot \sigma_{\pi}$. Ce dernier terme a généralement été négligé dans la plupart des études faites sur les écoulements d'eau dans les sols.

Les expériences de LETEY et al (1969-a et 1969-b) ont permis de montrer que pour des teneurs en eau supérieures à la teneur en eau résiduelle, et sous gradients identiques la contribution du terme osmotique est très faible devant celle des deux autres termes. En particulier, il est montré expérimentalement que pour une pression interstitielle de 0,5 bar (correspondant à de faibles teneurs en eau dans des sables) la quantité d'eau déplacée par un gradient de potentiel osmotique est généralement inférieure à 4% de la quantité d'eau déplacée par un gradient de potentiel (capillaire + gravitaire) de même grandeur.

On a pu déterminer d'après ces essais la forme de la courbe de variation du coefficient efficace σ_π en fonction de la teneur en eau (figure IV-2).

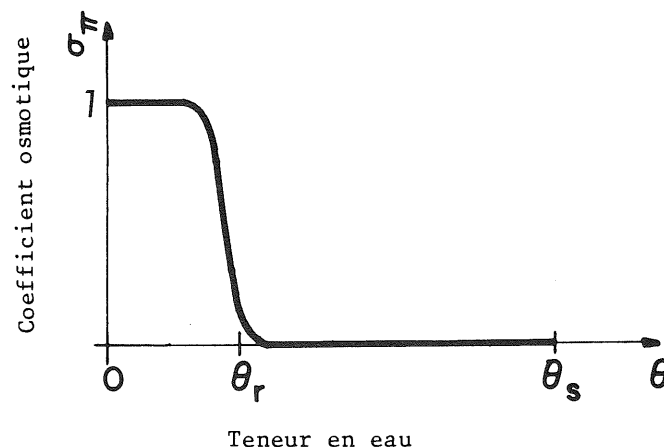


Figure IV-2 : Variation du coefficient osmotique efficace en fonction de la teneur en eau.

Le coefficient σ_π vaut presque 1 lorsque le sol est très desséché, puis atteint très rapidement des valeurs très faibles lorsque la teneur en eau devient supérieure à la teneur en eau résiduelle.

L'écoulement produit par ce terme osmotique est dès lors tellement faible (du moins dans la zone $\theta_r - \theta_s$ qui est en fait celle où nous travaillons) devant l'écoulement dû aux termes de potentiels capillaire et gravitaire que nous pouvons le négliger, comme nous l'avons fait.

On notera toutefois que lorsque la teneur en eau devient plus faible que la teneur en eau résiduelle, la quantité d'eau déplacée par un gradient de pression osmotique n'est plus négligeable. Ce phénomène est important pour les pays semi-arides où l'on irrigue avec de l'eau salée. Dès que la teneur en eau du sol devient faible, apparaît un double effet près de la surface du sol :

- l'évaporation dans le sol par diffusion de la vapeur d'eau, devient importante,
- la concentration en soluté augmente dans l'eau liquide restante, à cause de la disparition d'eau par évaporation.

Dans un second temps, l'augmentation de la concentration près de la surface du sol fait naître un gradient de concentration (donc un gradient de pression osmotique) et un déplacement d'eau vers le haut. Cette eau salée s'évapore, apportant près de la surface une masse supplémentaire de sol. On peut ainsi constater l'apparition de véritables croûtes de sel sur la surface des sols.

Dans de tels cas on devra tenir compte du terme osmotique, mais les travaux faits jusqu'à ce jour sur ce problème ne permettent pas de quantifier de manière satisfaisante les déplacements d'eau sous l'effet de gradients de pression osmotique. Un effort important reste à faire dans ce domaine.

L'examen des deux paragraphes précédents (modification des caractéristiques physiques de l'eau et apparition d'un potentiel osmotique), conduit à conclure que dans nos conditions de travail l'écoulement de l'eau n'est pas affecté de manière significative par la présence d'un soluté.

IV.4 - TRAITEMENT DU PROBLEME COMPLET

Le problème global du transfert couplé d'eau et de soluté dans un milieu poreux partiellement saturé se résoud en traitant simultanément le problème hydrodynamique et le problème dispersif, pour des conditions initiales et aux limites définies.

Le fait que le problème hydrodynamique soit indépendant de la concentration simplifie considérablement le traitement du problème global. En effet, on peut ainsi traiter complètement dans un premier temps l'écoulement de l'eau et ensuite résoudre le problème du transfert de soluté.

On traitera donc le problème hydrodynamique, en résolvant le système d'équations :

- la condition initiale donnant la répartition du potentiel en tout point du milieu poreux, au temps $t = 0$, soit :

$$H(z,0) = H_{ini}(z) \quad (IV-12)$$

- les conditions aux limites supérieure et inférieure fixant en fonction du temps les potentiels à la cote $z = 0$ et à la cote $z = L$ (bas de la colonne), soit :

$$H(0,t) = H_0(t) \quad (\text{IV-13})$$

$$H(L,t) = H_L(t) \quad (\text{IV-14})$$

- l'équation de l'écoulement d'eau, en tenant compte du fait que le potentiel osmotique est négligeable dans nos conditions de travail, soit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \left(\frac{\partial h(\theta)}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (\text{IV-15})$$

Le système formé par les relations (IV-12), (IV-13), (IV-14), (IV-15) ne pourra être résolu qu'avec la connaissance des relations caractéristiques $K(\theta)$ (ou $K(h)$) et $h(\theta)$ (ou $\theta(h)$).

La détermination de ces relations caractéristiques fera l'objet du chapitre suivant.

Connaissant le problème hydrodynamique on traitera le problème dispersif en résolvant simultanément les équations suivantes (en prenant le cas où l'eau est fractionnée en eau mobile et eau immobile) :

- les conditions initiales donnant la répartition spatiale des concentrations à l'instant initial, soit :

$$C_m(z,0) = C_{m_{ini}}(z) \quad (\text{IV-16})$$

$$C_{im}(z,0) = C_{im_{ini}}(z) \quad (\text{IV-17})$$

- les conditions aux limites supérieure et inférieure fixant les concentrations à l'entrée et à la sortie de la colonne en fonction du temps, soit :

$$C_m(0,t) = C_{m_0}(t) \quad (\text{IV-18})$$

$$C_m(L,t) = C_{m_L}(t) \quad (\text{IV-19})$$

- l'équation de conservation de masse du soluté (conservant la forme donnée par la relation (IV-8)), que nous rappelons :

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m \theta_m) + \frac{\partial}{\partial t} (C_{im} \theta_{im}) = \frac{\partial}{\partial z} (D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z}) - \frac{\partial q C_m}{\partial z}$$

- la relation d'échange de soluté entre les fractions mobile et immobile de l'eau (donnée par la formule IV-9) que nous rappelons également :

$$\theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = a (C_m - C_{im})$$

Le système formé par les équations (IV-16), (IV-17), (IV-18), (IV-19), (IV-8) et (IV-9) sera résolu si on connaît les variations de la teneur en eau et de la vitesse de Darcy en tout point et à chaque instant, soit $\theta(z,t)$ et $q(z,t)$. On devra également connaître les relations caractéristiques $D_m(\theta,q)$, $\theta_m(\theta,q)$ et $a(\theta,q)$.

La détermination de ces relations caractéristiques sera également traitée au chapitre suivant.

Dans le cas où toute l'eau participe à l'écoulement, le traitement du problème dispersif se simplifie considérablement puisqu'il s'agit d'un cas particulier du problème évoqué ci-dessus, où :

$$\begin{aligned} C_{im} &= 0 \\ C &= C_m \\ a &= 0 \\ \theta_{im} &= 0 \\ \theta_m &= \theta \\ D_{ap} &= D_m \end{aligned}$$

Le système se réduit alors aux équations (IV-16), (IV-18), (IV-19) et (IV-6). La relation (IV-6) est simplement le cas particulier de la relation (IV-8) avec $C_m = C$, $C_{im} = 0$ et $D_m = D_{ap}$.

La résolution de ce dernier système est également soumise à la connaissance de $\theta(z,t)$ et de $q(z,t)$, mais il n'est plus nécessaire de connaître qu'une seule relation caractéristique, à savoir : $D_{ap}(\theta,q)$.

La qualité de la modélisation proposée dépend pour l'essentiel de la détermination des courbes caractéristiques : $K(\theta)$, $h(\theta)$, $D_m(\theta,q)$, $\theta_m(\theta,q)$, $a(\theta,q)$ ou $D_{ap}(\theta,q)$. Le chapitre suivant sera donc consacré aux méthodes utilisées pour l'obtention des caractéristiques hydrodynamiques et dispersives du sol utilisé.

CHAPITRE V

DETERMINATION DES RELATIONS CARACTERISTIQUES INTERVENANT DANS LA MODELISATION

La connaissance de ces relations caractéristiques peut être atteinte par diverses voies selon les possibilités offertes. En règle générale, il est préférable, dans la mesure du possible, d'effectuer des mesures directes des paramètres. Une seconde voie, toujours possible, consiste à "caler" le modèle, c'est-à-dire à faire varier le ou les paramètres jusqu'à ce que les résultats dus au modèle coïncident avec les résultats expérimentaux.

La première méthode sera utilisée pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques du sol, alors que les caractéristiques dispersives du sol seront acquises à l'aide de la seconde méthode. On développera les précautions à prendre pour caler un modèle lors de la présentation de la méthode.

V.1 - CARACTERISTIQUES HYDRODYNAMIQUES DU SOL

V.1.1 - Relation pression de l'eau du sol (h) - teneur en eau (θ)

La relation pression de l'eau du sol - teneur en eau est la plus facile à déterminer, puisqu'il suffit de prendre pour une même section et un même temps les valeurs expérimentales de la pression de l'eau et de la teneur en eau.

Cette technique nous a permis d'acquérir les résultats expérimentaux présentés figure V-1.

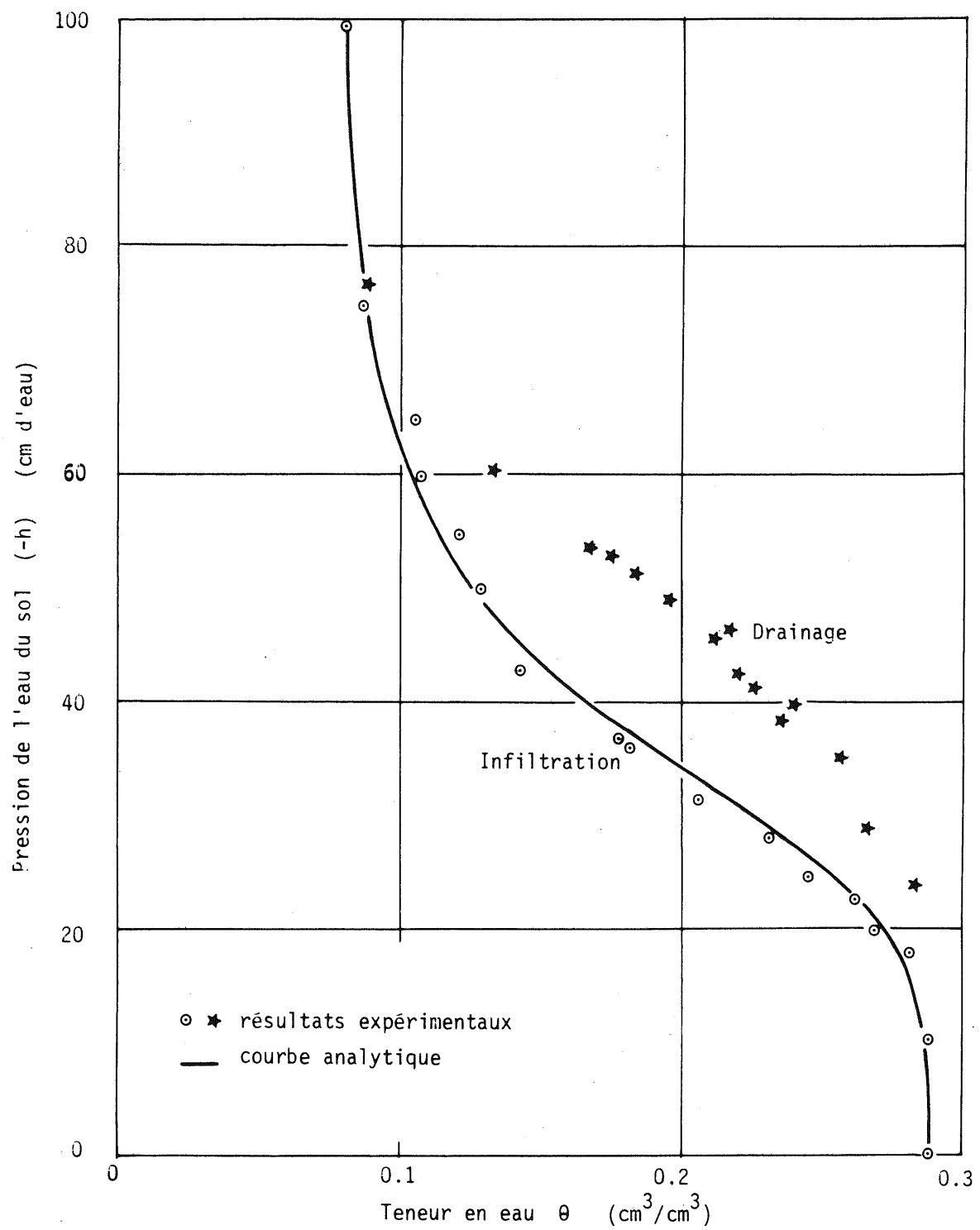


Figure V-1 - Relation pression de l'eau du sol - teneur en eau.

Cette figure montre la différence de comportement du sol utilisé entre une infiltration et un drainage. Pour un traitement rigoureux du cycle d'humidifications (infiltrations) et de dessèchement (drainage) du milieu poreux, on devra tenir compte de l'hystérésis intervenant dans la relation $h(\theta)$. Pour cela, il faut en plus connaître l'état initial du sol et la manière dont cet état a été atteint (donc l'histoire de l'écoulement de l'eau).

De nombreuses études ont été effectuées pour permettre de dégager les principes de l'hystérésis qui apparaît dans la relation $h(\theta)$. Pour plus de détails on peut, entre autres, se reporter au travail de THONY (1970) relatif à ce sujet.

Dans le cadre de notre étude, on se limitera à l'étude de l'infiltration d'eau dans un sol initialement drainé à une teneur en eau assez proche de la teneur en eau résiduelle. La seule branche du cycle d'hystérésis qui nous concerne sera donc celle correspondant aux cercles sur la figure V.1. Une relation analytique a été ajustée par la méthode des moindres carrés sur cette branche de la relation $h(\theta)$. Le résultat de cet ajustement est présenté par la courbe en trait plein de la figure V.1. La relation analytique choisie est de la forme :

$$\theta(h) = (\theta_s - \theta_r) \frac{A_t}{A_t + |h|^{B_t}} + \theta_r \quad (V.1)$$

avec les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{aligned} A_t &= 1.611 \times 10^6 \quad \text{cm} \\ B_t &= 3.96 \\ \theta_s &= 2.9 \times 10^{-1} \quad \text{cm}^3/\text{cm}^3 \\ \theta_r &= 7.5 \times 10^{-2} \quad \text{cm}^3/\text{cm}^3 \end{aligned}$$

Le choix de cette relation est tout à fait empirique et arbitraire mais on peut constater (figure V.2) que la courbe analytique donne une excellente représentation de la relation $h(\theta)$ qui nous intéresse.

V.1.2 - Relation conductivité hydraulique (K) - teneur en eau (θ)

La relation "conductivité hydraulique - teneur en eau" s'obtient à partir de l'équation dynamique (relation IV-3) en déterminant pour une section de la colonne, à un temps donné, la valeur de la vitesse de DARCY et la valeur du gradient de potentiel.

La vitesse de DARCY q , est déterminée par intégration de la relation de continuité (relation IV-2) au temps considéré, alors que le gradient de potentiel est directement donné par la pente du profil expérimental de potentiel $\frac{\partial H}{\partial z}$, à la cote z choisie.

On obtient ainsi la conductivité hydraulique K pour une section et à un temps donné, c'est-à-dire pour une teneur en eau déterminée. En répétant les calculs pour différents temps et différentes sections de la colonne, on déterminera la relation conductivité hydraulique - teneur en eau.

Pour obtenir plus de précisions sur la détermination de cette relation on pourra se reporter aux auteurs suivants : VACHAUD (1968), THONY (1970).

Des essais effectués en drainage et en infiltration ont conduit à la courbe présentée figure V-2 où l'on a porté la conductivité hydraulique K en fonction de la teneur en eau θ . Cette courbe présente une très forte non-linéarité.

Des études antécédentes (comme celle de THONY, 1970) ont montré qu'il existe peu d'hystérésis dans la relation $K(\theta)$ dès que le sol est maintenu à une teneur en eau supérieure à la teneur en eau résiduelle θ_r .

Les calculs qui seront effectués dans le cadre de ce mémoire correspondront tous à la condition de teneur en eau maintenue entre θ_r et θ_s , c'est-à-dire que l'hystérésis sur la courbe $K(\theta)$ pourra être négligée.

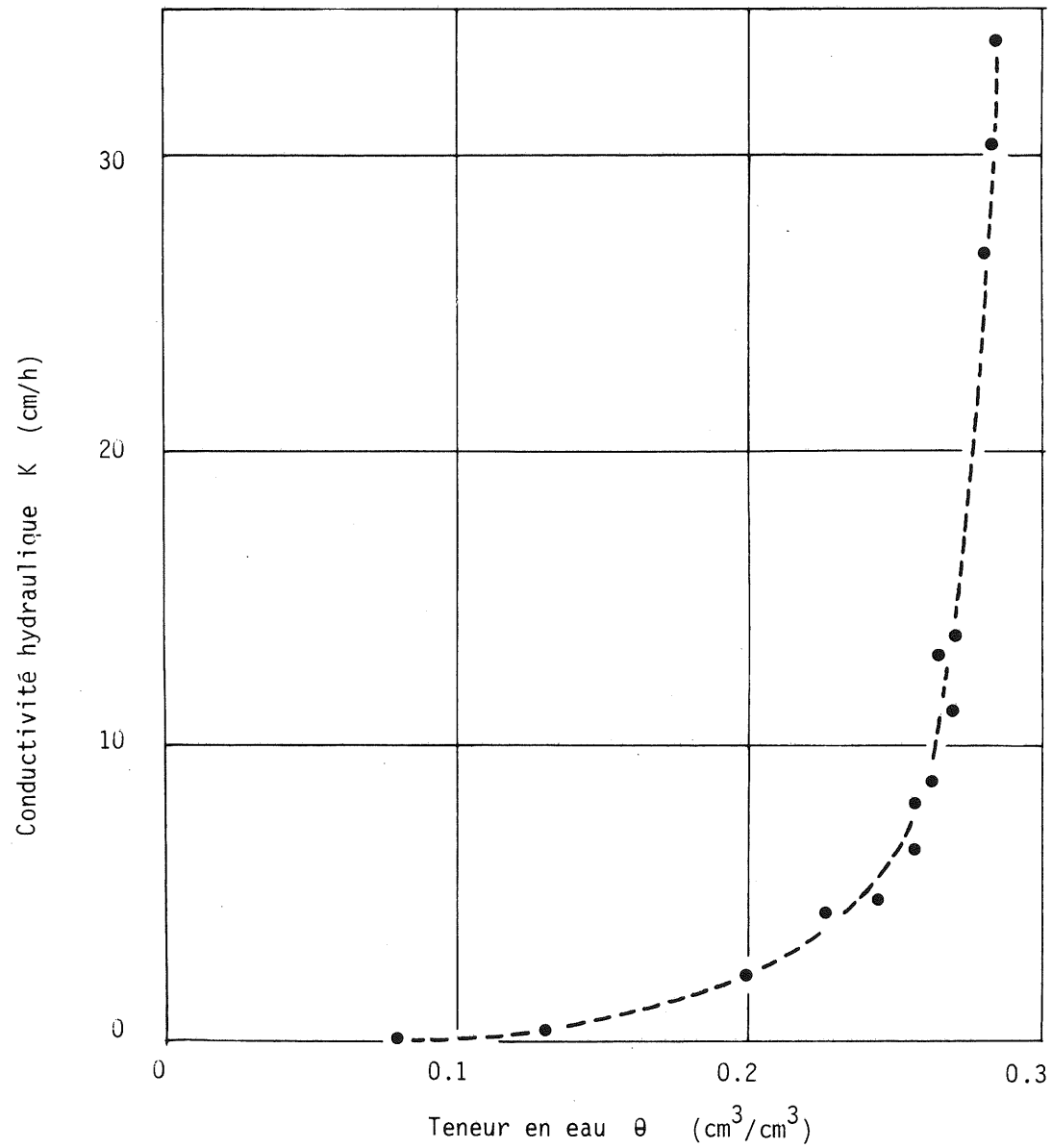


Figure V-2 - Résultats expérimentaux : relation conductivité hydraulique - teneur en eau.

Dans la pratique on utilisera la relation conductivité hydraulique - pression de l'eau du sol , soit $K(h)$. C'est donc une relation du type $K(h)$ qui a été ajustée aux résultats expérimentaux (figure V-3).

Dans le cas général, l'hystérésis dans la relation $K(h)$ est importante (à cause de l'hystérésis sur la relation $\theta(h)$), mais comme nous travaillons sur une seule branche du cycle (infiltration), il est, là encore, légitime de ne considérer qu'une seule courbe.

La relation $K(h)$ a été choisie de la forme :

$$K(h) = K_s \frac{A_k}{A_k + |h|^{B_k}} \quad (V-2)$$

L'ajustement de cette relation aux points expérimentaux par la méthode des moindres carrés a conduit aux valeurs numériques suivantes :

$$A_k = 1.175 \times 10^6 \text{ cm}$$

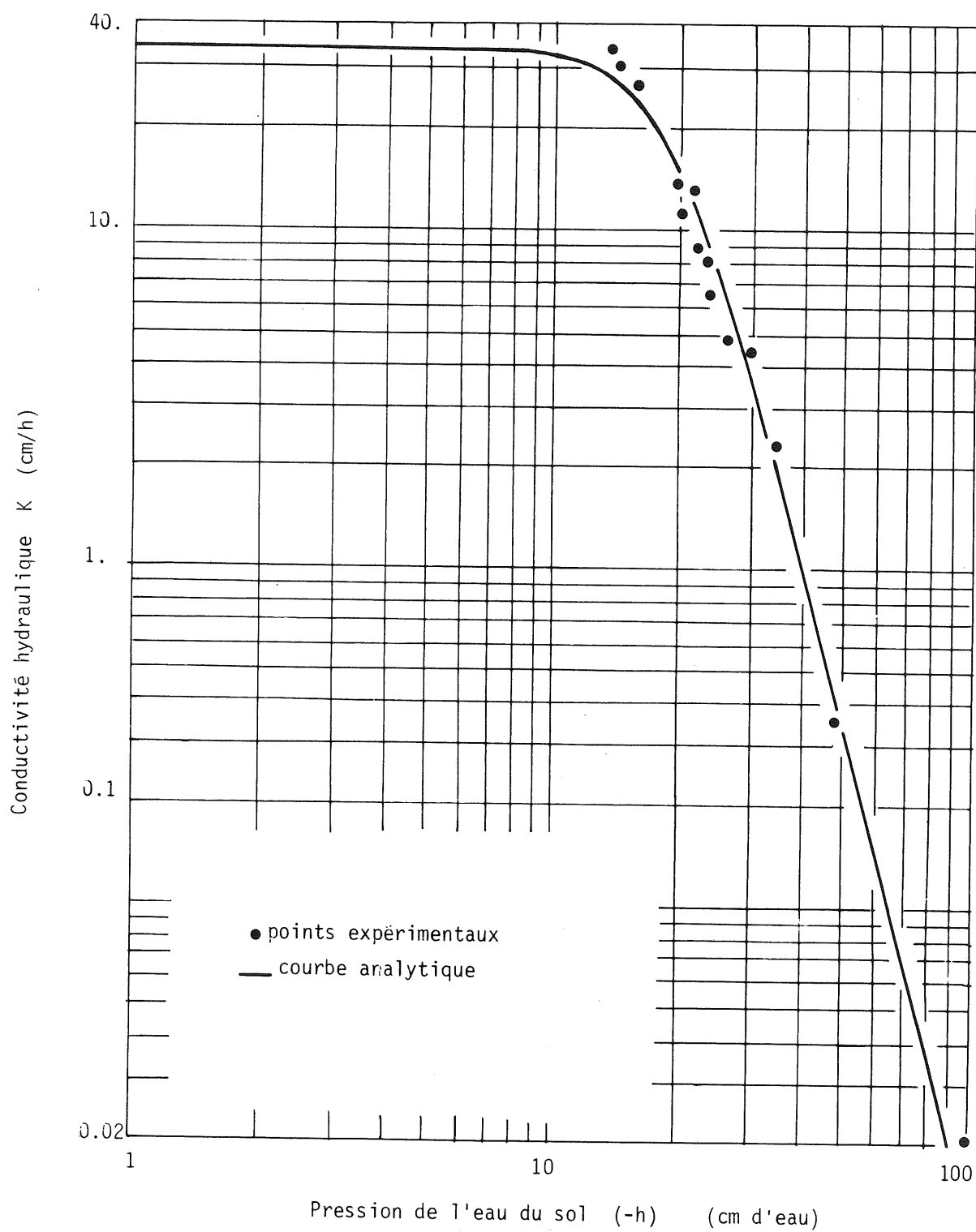
$$B_k = 4.74$$

$$K_s : 3.39 \times 10^1 \text{ cm/h}$$

Là encore, le choix de la relation $K(h)$ est empirique et justifié par la seule bonne concordance entre les résultats expérimentaux et la courbe analytique.

V.2 - CARACTERISTIQUES DISPERSIVES DU SOL

Dans un premier temps, on considèrera le cas où l'eau est fractionnée en partie mobile et en partie immobile. Il est alors nécessaire de déterminer trois paramètres (D_m , θ_m et α), qui sont impossible à appréhender par une méthode directe comme celle qui est utilisée pour l'obtention des paramètres du problème hydrodynamique. Cette impossibilité provient essentiellement de notre incapacité à mesurer

*Figure V-3*

séparément les concentrations en soluté dans les fractions mobile et immobile de l'eau. Il est d'autre part impossible d'atteindre ces paramètres par des considérations physiques indépendantes des essais faits, compte tenu de l'état actuel des connaissances sur les écoulements en milieux poreux.

Nous sommes donc conduits à utiliser une méthode de calage des paramètres du modèle mathématique proposé. Nous simplifierons considérablement le problème en nous plaçant dans le cas où l'écoulement d'eau est permanent.

Le développement de la méthode de calage est fait en considérant que l'eau est fractionnée, ce qui conduit à déterminer trois paramètres, mais il est clair que l'extension peut être faite très aisément au cas où toute l'eau est mobile (un seul paramètre) car ce dernier cas ne constitue qu'un cas particulier du premier.

Pour un régime d'écoulement d'eau en régime permanent, les équations décrivant le problème dispersif avec eau mobile et eau immobile s'écrivent :

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} + \frac{\theta_{im}}{\theta_m} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 C_m}{\partial z^2} - \frac{q}{\theta_m} \frac{\partial C_m}{\partial z} \quad (V-3)$$

et

$$\theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = a (C_m - C_{im}) \quad (V-4)$$

Ces deux équations auxquelles seront ajoutées les relations décrivant les conditions initiales et aux limites constitueront le système d'équations à résoudre.

V.2.1 - Solutions du problème dispersif pour un écoulement permanent d'eau dans un profil de teneur en eau uniforme

V.2.1.1. Conditions initiale et aux limites

Dans les essais utilisés pour l'ajustement des paramètres, la condition initiale correspond toujours à des valeurs de concentrations mobile et immobile nulles sur tout le profil étudié. On écrira donc :

$$C_m (z,0) = 0 \quad (V-5)$$

$$C_{im} (z,0) = 0 \quad (V-6)$$

La condition à la limite supérieure ($z=0$), peut s'écrire en considérant :

- soit que la concentration à la surface est maintenue constante :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pour } t \leq t_c \\ \text{pour } t > t_c \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_m(0,t) = C_0 \\ C_m(0,t) = 0 \end{array} \quad (V-7)$$

- soit qu'un flux massique de soluté est maintenu constant à la surface du sol, (en négligeant la diffusion moléculaire dans l'eau par rapport à la dispersion dans le milieu poreux) :

$$\text{pour } t \leq t_c$$

$$qC_0 = q C_m \Big|_{z \rightarrow 0^+} - D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow 0^+} \quad (V-8)$$

$$\text{pour } t > t_c$$

$$0 = q C_m \Big|_{z \rightarrow 0^+} - D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow 0^+} \quad (V-9)$$

Il y a lieu d'insister sur l'écriture des conditions aux limites car la solution dépend beaucoup de leur forme (cf. chapitre VI). Ces conditions doivent répondre à deux objectifs ; d'une part elles doivent représenter aussi fidèlement que possible la réalité physique et d'autre part leur forme mathématique doit être compatible avec le système d'équations différentielles décrivant le phénomène physique dans le domaine considéré.

Dans le but d'obtenir une solution analytique, on a souvent imposé des conditions aux limites de forme telle que le problème soit le plus simple possible à résoudre. C'est le cas, par exemple, quand on écrit la condition à la surface du sol sous la forme décrite par le système (V-7).

Les conditions décrites par les relations (V-8) et (V-9) sont beaucoup plus près des conditions physiques imposées dans les essais que nous décrivons. Cette condition ayant une importance non négligeable sur la solution obtenue (PARLANGE et al., 1977), nous adopterons pour la suite de notre travail les relations (V-8) et (V-9).

Pour l'extrémité inférieure de la colonne on trouve également deux écritures de la condition à la limite. On peut considérer que la colonne est semi-infinie et écrire :

$$\text{pour } z \rightarrow \infty : C_m(z,t) = 0 \quad (V-10)$$

Cette condition bien que ne correspondant pas à la réalité (colonne de longueur finie), peut cependant être utilisée lorsque l'on considère les variations de concentration "in-situ" à une cote Z dans la colonne, suffisamment loin de l'extrémité inférieure, et que la valeur de la concentration à la sortie de la colonne reste égale à la valeur initiale. Dans ce cas particulier, pour la cote Z tout se passe comme si la colonne était effectivement semi-infinie. Ces relations (V-10) ne sont évidemment pas correctes, a priori, si l'on considère les variations de concentration à la sortie d'une colonne de longueur finie.

On peut également considérer la discontinuité qu'il existe au niveau de l'extrémité inférieure de la colonne, et écrire que le flux massique de soluté parvenant de la colonne est égal au flux massique de soluté dans la solution à l'extérieur de la colonne, soit :

$$q C_m \Big|_{z \rightarrow L^-} - D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^-} = q C_m \Big|_{z \rightarrow L^+} - D_o \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^+} \quad (V-11)$$

En considérant que :

$$a) \quad q C_m \Big|_{z \rightarrow L^-} = q C_m \Big|_{z \rightarrow L^+}$$

$$b) \quad D_o \text{ est très faible devant } D_m, \text{ donc } D_o \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^+}$$

$$\text{est négligeable devant } D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^-}$$

il vient :

$$D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^-} = 0$$

soit encore :

$$\frac{\partial C_m}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow L^-} = 0 \quad (V-12)$$

Cette relation (V-12), plus proche des circonstances réelles que les relations (V-10) sera utilisée pour décrire les variations de concentration lorsque la discontinuité due à la longueur finie de la colonne interviendra sur ces variations.

V.2.1.2. Solutions analytiques

Il existe quelques solutions analytiques au problème dispersif (à 3 paramètres) en régime d'écoulement d'eau permanent correspondant aux diverses combinaisons des conditions aux limites présentées ci-dessus.

Nous avons sélectionné deux solutions, obtenues pour un flux massique constant imposé à la surface supérieure de la colonne.

a) COATS et SMITH (1964) ont donné (pour une colonne semi-infinie) la solution correspondant au système des équations (V-3), (V-4), (V-5), (V-6), (V-8) (dans cette relation t_c est infini) et (V-10). Cette solution est :

$$\frac{C_m(z,t)}{C_o} = \frac{2 \exp(J)}{\pi} \times \dots$$

$$\dots \int_0^\infty \frac{\exp(\gamma(1-\sqrt{p} \cos(r/2))/2)}{a_1^2 + a_2^2} \times (a_1 \cos(ZJ-w) + a_2 \sin(ZJ-w)) dZ \quad (V-13)$$

avec

$$f = \theta_m/\theta$$

$$J = qt/z\theta_m$$

$$a = \alpha z/q$$

$$\gamma = qz/D_m\theta_m$$

$$Z = \frac{\alpha z}{\theta(1-f)} \left(\frac{t}{z} - \frac{z}{D_m} \right)$$

$$b = \frac{\alpha z f}{q(1-f)}$$

$$u_1 = 1 + \frac{4}{\gamma} \left[1 + \frac{ba + a(1+Z^2)}{(1+b)^2 + Z^2} \right]$$

$$u_2 = \frac{4Z}{\gamma} \left[1 + \frac{ab}{(1+b)^2 + Z^2} \right]$$

$$r = \arctg u_2/u_1$$

$$p = \sqrt{u_1^2 - u_2^2}$$

$$a_1 = 1 + \sqrt{p} \cos \frac{r}{2} - Z \sqrt{p} \sin \frac{r}{2}$$

$$a_2 = Z (1 + \sqrt{p} \cos \frac{r}{2}) + \sqrt{p} \sin \frac{r}{2}$$

$$W = \frac{\gamma}{2} \sqrt{p} \sin \frac{r}{2}$$

Les symboles $J, a, \gamma, Z, b, u_1, u_2, r, p, a_1, a_2$ et W sont propres à ce calcul et n'ont aucun lien avec le reste du texte, les autres symboles ont la signification qui leur a été donnée précédemment.

L'intégrale apparaissant dans la relation (V-13) doit être calculée numériquement.

Cette solution a été utilisée pour tester la solution numérique (cf paragraphe suivant) correspondant aux mêmes conditions aux limites (JEGAT, 1975).

On ne peut pas utiliser cette solution correspondant à une colonne semi-infinie pour la concentration à l'effluent. On ne peut pas non plus comparer cette solution aux résultats expérimentaux pour une section du sol suffisamment éloignée du bout, car la mesure donne la concentration moyenne pondérée

$$C = (C_m \theta_m + C_{im} \theta_{im}) / \theta \text{ alors que la solution analytique ne donne que } C_m .$$

b) VAN-GENUCHTEN et al (1976) ont adapté une solution analytique donnée par LINDSTROM et NARASIMHAN (1973). Cette solution correspond au même système d'équations que celui traité par COATS et SMITH, mais elle présente l'avantage de donner séparément les valeurs de C_m et C_{im} . On pourra alors comparer les valeurs des concentrations obtenues par la mesure et le calcul dans des sections suffisamment éloignées du bout de la colonne.

Les valeurs de C_m et C_{im} sont données par :

$$C_m(z, t) = g(z, t) \exp(-at/\theta_m) + a \int_0^t g(z, t) h_1(t, \tau) d\tau \quad (V-14)$$

$$C_{im}(z, t) = a \int_0^t g(z, t) h_2(t, \tau) d\tau \quad (V-15)$$

avec

$$g(z,t) = 0.5 \operatorname{erfc}\left(\frac{z-qt/\theta_m}{\sqrt{4D_m t}}\right) - 0.5 \left(1 + \frac{qz/\theta_m}{D_m} + \frac{t(q/\theta_m)^2}{D_m}\right) \exp\left(\frac{qz/\theta_m}{D_m}\right) \dots$$

$$\dots \times \operatorname{erfc}\left(\frac{z + qt/\theta_m}{\sqrt{4D_m t}}\right)$$

$$h_1(z,t) = \exp(-u_1 - v_1) \times \left(\frac{I_0(2\sqrt{u_1 v_1})}{\theta_m} + \frac{I_1(2\sqrt{u_1 v_1})}{\theta_{im}} \sqrt{\frac{u_1}{v_1}} \right)$$

$$h_2(z,t) = \exp(-u_1 - v_1) \times \left(\frac{I_0(2\sqrt{u_1 v_1})}{\theta_{im}} + \frac{I_1(2\sqrt{u_1 v_1})}{\theta_m} \sqrt{\frac{v_1}{u_1}} \right)$$

$$u_1 = \frac{a \tau}{\theta_m}$$

$$v_1 = \frac{a(t - \tau)}{\theta_{im}}$$

Dans ce cas également, les symboles g , h_1 , h_2 , u_1 , v_1 , Z , sont propres au calcul des concentrations C_m et C_{im} et n'ont aucun rapport avec le reste du texte. I_0 et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées du premier ordre. Le calcul des intégrales apparaissant dans les relations (V-14) et (V-15) est fait numériquement selon la méthode de SIMPSON.

Le produit $\exp\left(\frac{qz/\theta_m}{D_m}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z + qt/\theta_m}{\sqrt{4D_m t}}\right)$ est impossible à calculer

dès que l'un des arguments de \exp ou de erfc devient grand. Nous utilisons un développement du produit $\exp(-x^2) \operatorname{erfc}(x)$ qu'il est possible de faire apparaître.

V.2.1.3. Solution numérique

Il n'existe pas, à notre connaissance, de solution analytique du problème dispersif à 3 paramètres avec une condition de flux massique à l'entrée et une condition de colonne finie $\left(\frac{\partial C_m}{\partial z}\right)_{z \rightarrow L} = 0$ à la sortie. Nous avons alors choisi de résoudre le système d'équations (V-3), (V-4), (V-5), (V-6), (V-8) avec t_c infini, et (V-12) par intégration numérique.

Les équations (V-3) et (V-4) ont été discrétisées en différences finies explicites (Chapitre VI) selon :

$$\frac{CM_i^{k+1} - CM_i^k}{\Delta t} = \frac{CM_{i+1}^k - 2CM_i^k + CM_{i-1}^k}{(\Delta z)^2} DA - \frac{CM_i^k - CM_{i-1}^k}{\Delta z} \frac{q}{\theta_m} \dots$$

$$\dots - a \frac{CM_i^k}{\theta_m} + a \frac{CIM_i^k}{\theta_m} \quad (V-16)$$

$$\frac{CIM_i^{k+1} - CIM_i^k}{\Delta t} = \frac{a}{\theta_{im}} (CM_i^{k+1/2} - CIM_i^{k+1/2}) \quad (V-17)$$

avec

Δt : incrément de temps

Δz : incrément d'espace

Les indices i et k réfèrent respectivement à l'espace et au temps et l'on a :

$$t = k \Delta t$$

$$z = (i-2) \Delta z$$

Le coefficient DA prend en compte la dispersion numérique (cf chapitre VI, CHAUDARI - 1971, LANTZ - 1971) selon :

$$DA = D_m - \frac{1}{2} \frac{q}{\theta_m} \left(\Delta z - \frac{q}{\theta_m} \Delta t \right)$$

Les indices m et im pour les concentrations ont été remplacés par les indices en lettres majuscules M et IM pour obtenir une lecture plus facile.

Les problèmes posés par : la stabilité, la convergence, l'écriture des conditions aux limites, la comparaison avec des solutions analytiques correspondant aux mêmes conditions aux limites, la résolution pratique du système, seront repris au chapitre VI.

Cette intégration numérique a été faite sur calculateur de bureau programmable Hewlett-Packard, modèle HP 9810 A. Il a été possible de faire ces calculs sur calculateur de faible capacité grâce à la discrétisation explicite des équations.

La prise en compte de la longueur finie de la colonne nous a permis de comparer les valeurs des concentrations, obtenues expérimentalement et par le calcul pour la sortie de la colonne et pour les sections proches de cette sortie.

V.2.2 - Ajustement des paramètres (ou calage du modèle)

L'ajustement des paramètres consiste à faire varier ceux-ci jusqu'à ce que les courbes de variation des concentrations (en fonction du temps pour une section donnée) obtenues par le calcul et par l'expérience, soient le plus proche possible l'une de l'autre.

V.2.2.1. Ajustement "à l'oeil" à partir de la solution numérique

Cette méthode utilisée par JEGAT (1975), est basée sur l'emploi de la solution numérique du problème dispersif.

Pour caler le modèle, nous calculons à l'aide du schéma numérique la variation de concentration en une section donnée pour des valeurs arbitraires de θ_m , α et D_m . Nous faisons ensuite varier les paramètres jusqu'à ce que l'accord entre les résultats expérimentaux et les résultats dus au calcul soit le meilleur possible. Cette méthode est subjective et liée à l'opérateur, mais on pourra voir que les résultats obtenus par une technique d'ajustement plus sophistiquée sont comparables.

Nous présentons cette méthode d'ajustement "à l'oeil" pour un essai particulier, où la vitesse de Darcy est de 10.8 cm/h correspondant à une teneur en eau moyenne de 0,256 cm³/cm³. Le profil de teneur en eau obtenu pendant l'écoulement est donné fig.V-4. Bien que le profil de densité sèche soit uniforme (figure II-14), la teneur en eau varie de manière non négligeable le long de la colonne. Pour les ajustements nous avons tenu compte des variations locales de teneur en eau, en prenant pour chaque section considérée la teneur en eau moyenne entre la surface du sol et la section considérée. Nous n'avons pas considéré de changements de teneur en eau en chaque point, car cela reviendrait à prendre en compte des hétérogénéités en série. Or pour ce type de problème un milieu qui présente des hétérogénéités en série se comporte comme un milieu homogène équivalent. Ce comportement sera d'ailleurs mis en évidence par le calcul au chapitre VII.

Les profils de concentrations à un temps donné dans le milieu poreux ne sont pas identiques si on prend un milieu homogène équivalent ou un milieu présentant des hétérogénéités en série, mais les variations de concentration à la sortie sont les mêmes pour les deux cas. Comme nous considérons les variations de concentration en fonction du temps, en une section donnée, et que les hétérogénéités ne sont pas très marquées, il est légitime de prendre une teneur en eau moyenne et constante entre la section considérée et la surface de la colonne. Ceci revient à prendre un

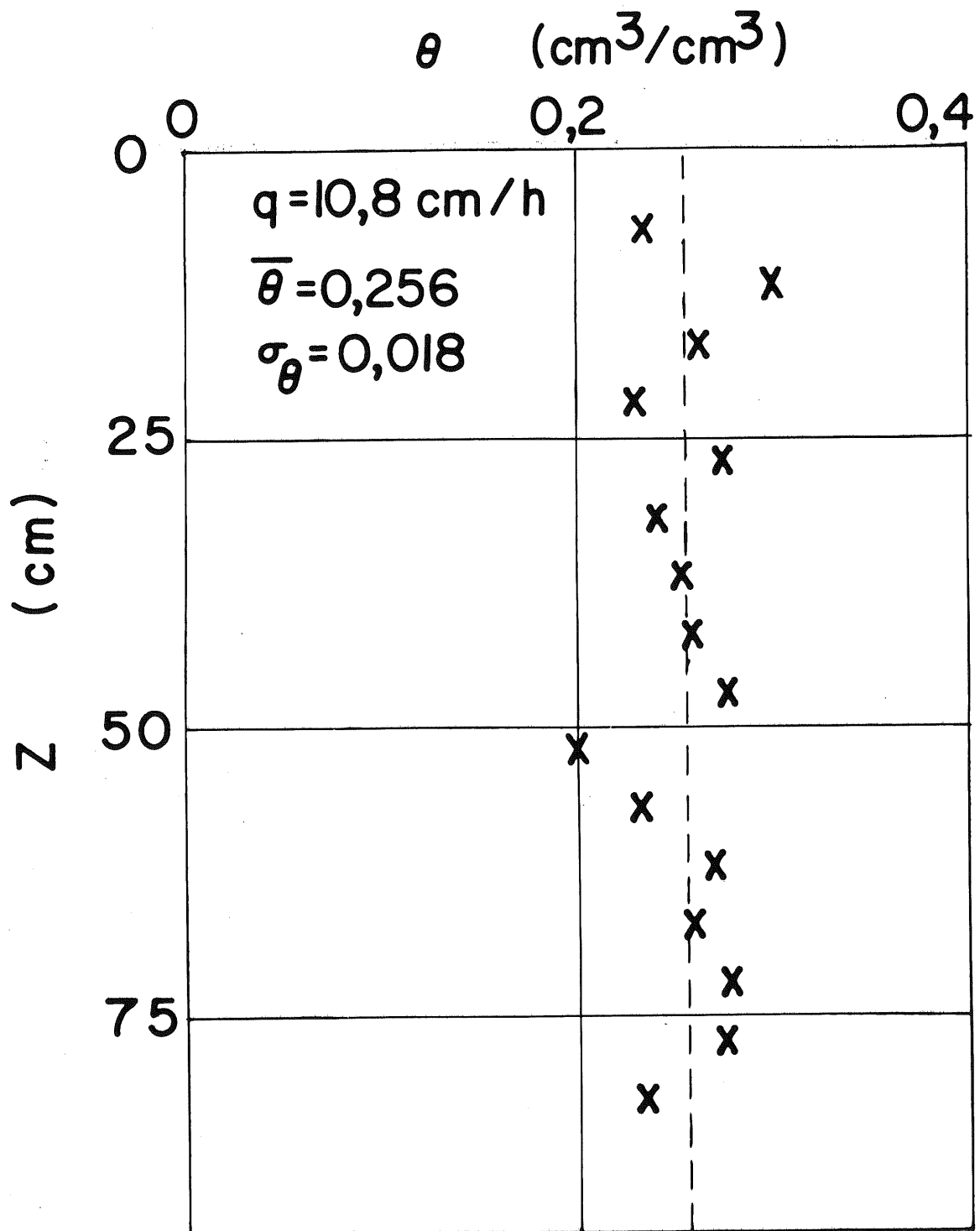


Figure V-4 - Profil de teneurs en eau.

milieu homogène équivalent.

Pour l'essai considéré les valeurs prises en chaque section sont reportées dans le tableau V-1.

Section (cm)	Teneur en eau (cm ³ /cm ³)
7	0.257
22	0.257
37	0.257
67	0.254
82	0.254
Moyenne sur toute la colonne	0.256

Tableau V-1 : Valeur des teneurs en eau moyennes entre la surface de la colonne et la section considérée.

La teneur en eau variant le long d'un profil considéré comme "uniforme" nous utilisons une grandeur plus facile à manipuler : la fraction d'eau mobile f .

La fraction d'eau mobile est définie par :

$$f = \theta_m / \theta \quad (V-18)$$

L'ajustement est fait sur la section $Z = 22$ cm, et les valeurs ainsi obtenues pour f , a et D_m sont reprises pour calculer les variations de concentration dans les autres sections. Les résultats obtenus sont présentés figure V-5 pour une condition d'échelon à la limite supérieure. Pour les sections $Z = 7, 22, 37, 67$ et 82 cm la valeur C portée sur les courbes est la concentration relative moyenne pondérée soit :

$$C = (C_m \theta_m + C_{im} \theta_{im}) / \theta$$

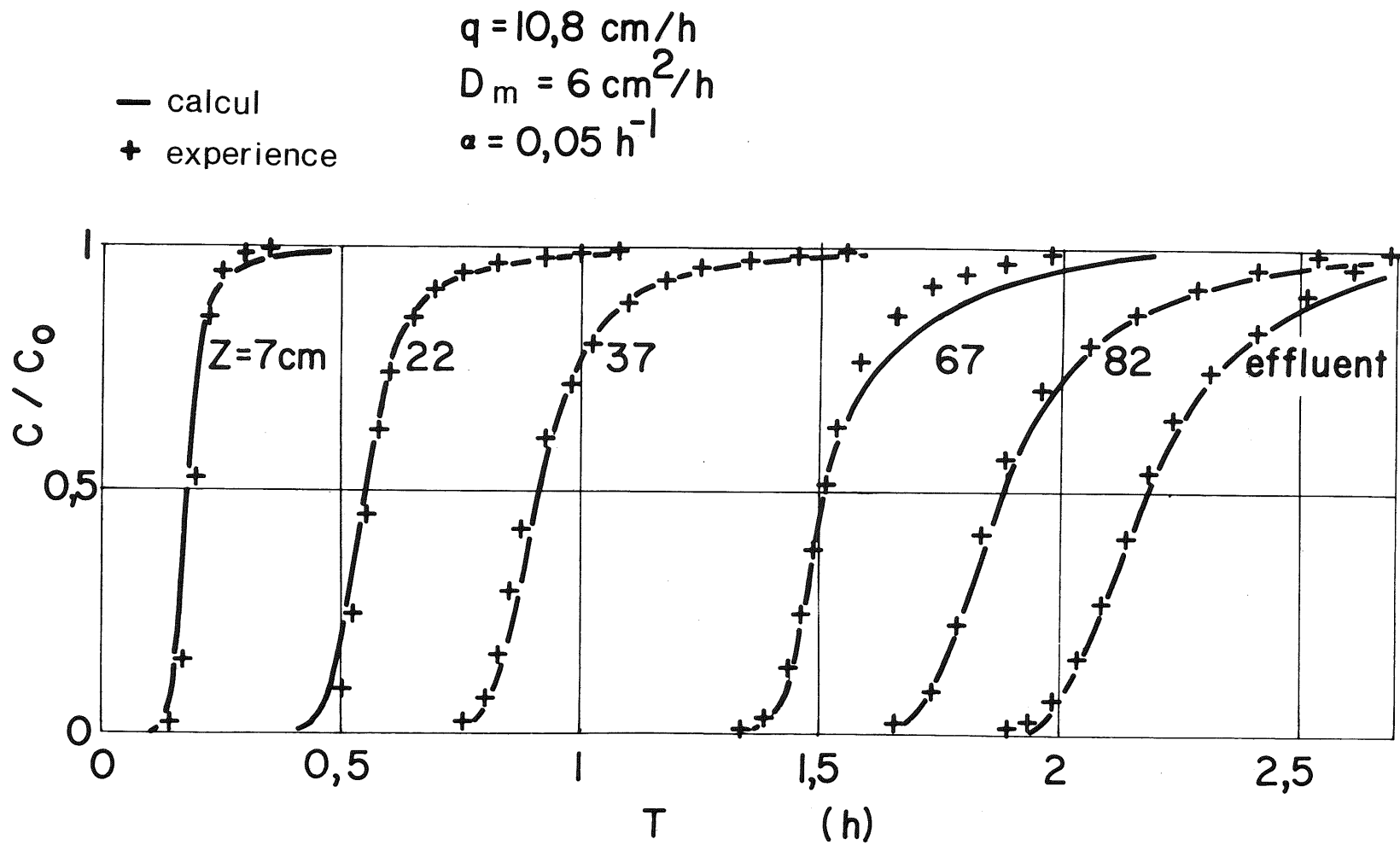


Figure V-5

alors que pour la sortie C représente C_m puisque seule la fraction mobile de l'eau s'écoule hors de la colonne.

La concordance entre les valeurs calculées et les valeurs expérimentales est bonne pour toutes les sections.

Les valeurs numériques des paramètres obtenus pour cet essai sont :

$$\begin{aligned} f &= 0.96 \\ D_m &= 6 \text{ cm}^2/\text{h} \\ a &= 0.05 \text{ h}^{-1} \end{aligned}$$

Pour des conditions d'écoulement d'eau identiques, mais pour une condition à la limite supérieure différente (créneau) pour l'injection de soluté, nous avons utilisé dans la solution numérique les valeurs des paramètres déterminées lors de l'essai précédent. Les résultats sont présentés figure V-6 où l'on constate que la concordance entre valeurs calculées et mesurées est excellente.

Cette opération a été répétée pour d'autres essais (flux d'eau imposés différents) et on trouvera dans le tableau V-2 les valeurs obtenues par JEGAT dans les sections $Z = 22 \text{ cm}$.

q cm/h	θ cm ³ /cm ³	θ_m cm ³ /cm ³	θ_{im} cm ³ /cm ³	f	a h ⁻¹	D cm ² /h
10,8	0,257	0,247	0,010	0,96	0,05	6
7	0,232	0,200	0,032	0,86	0,1	4
5	0,226	0,185	0,041	0,82	0,1	2
2	0,200	0,136	0,064	0,68	0,7	0,5

Tableau V-2

V.2.2.2. Sensibilité des paramètres

La sensibilité des paramètres a été testée pour les valeurs des conditions d'essai suivantes :

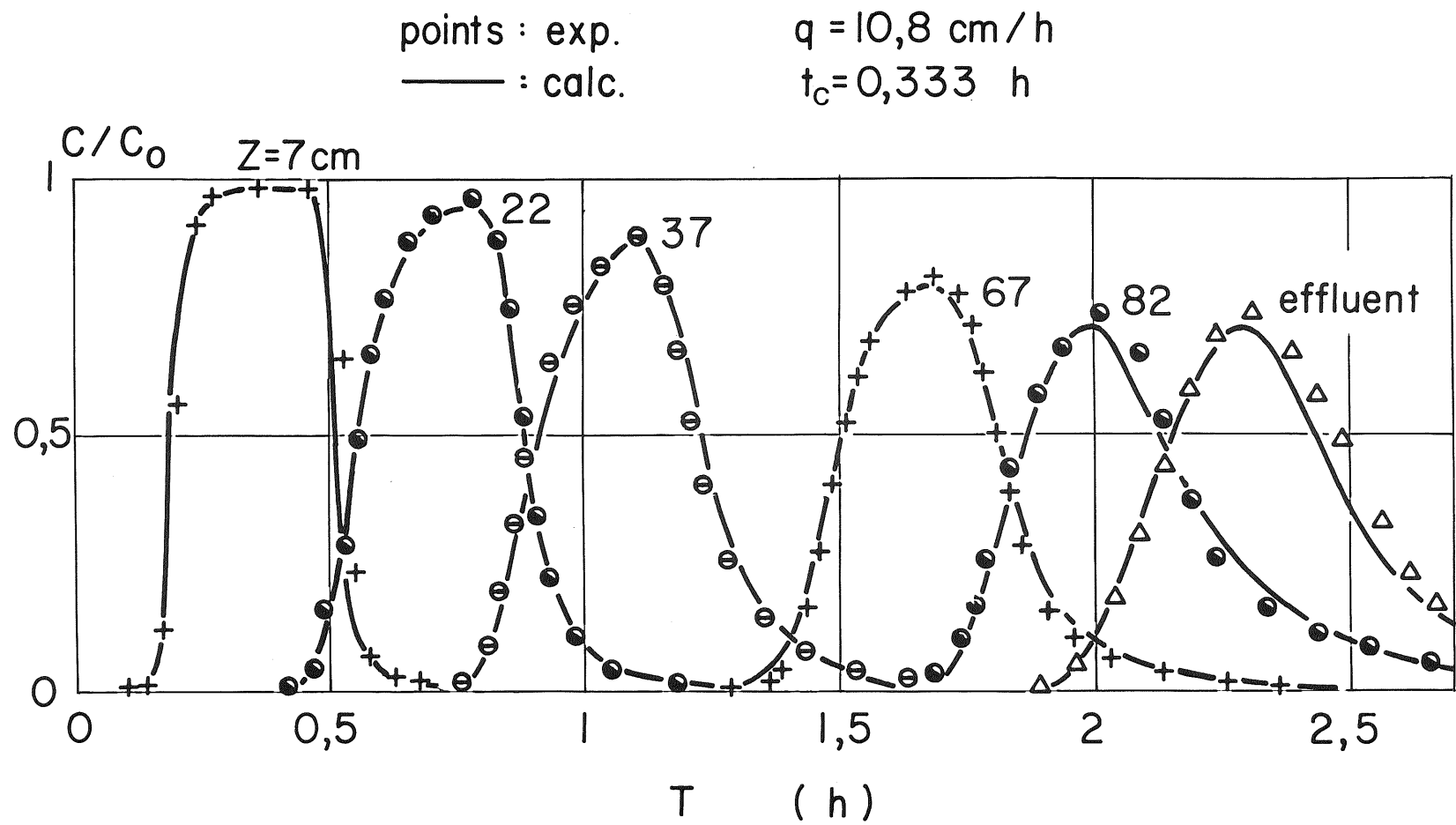


Figure V-6

$$\begin{aligned} q &= 5 \text{ cm/h} \\ z &= 50 \text{ cm} \\ \theta &= 0,24 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \end{aligned}$$

et pour les valeurs moyennes des paramètres suivantes :

$$\begin{aligned} f &= 0,833 \\ a &= 0,05 \text{ h}^{-1} \\ D_m &= 5 \text{ cm}^2/\text{h} \end{aligned}$$

Ces valeurs correspondent à des conditions expérimentales réalistes, en ce qui concerne notre sol.

Chaque paramètre varie séparément des autres autour des valeurs moyennes indiquées ci-dessus.

Les résultats des calculs sont donnés figure V-7 où l'on a porté les variations de concentration moyenne pondérée en fonction du temps. L'influence de chaque paramètre est assez différenciée de celle des autres.

- Le paramètre f (le plus important) influe énormément sur le point de départ de la variation de concentration, donc sur le temps d'apparition du soluté à une profondeur donnée. Plus la fraction mobile est faible, plus le temps d'apparition du soluté est réduit. D'autre part, la pente de la partie initiale et de la queue des courbes est presque conservée.

- Le paramètre a agit essentiellement sur la pente des queues de courbe et ne change pas le temps d'apparition du soluté.

- Le paramètre D_m fait principalement varier la pente de la partie initiale des courbes, en conservant la pente des queues des courbes.

Cette différence de l'influence relative de chaque paramètre explique que l'on peut atteindre assez facilement les valeurs de θ_m , D_m et a par simple ajustement "à l'oeil".

Cette étude de sensibilité n'est cependant pas suffisante, et l'on doit la compléter par un traitement semblable au précédent, mais pour une valeur plus élevée de la fraction d'eau mobile. En effet, autour d'une valeur moyenne de

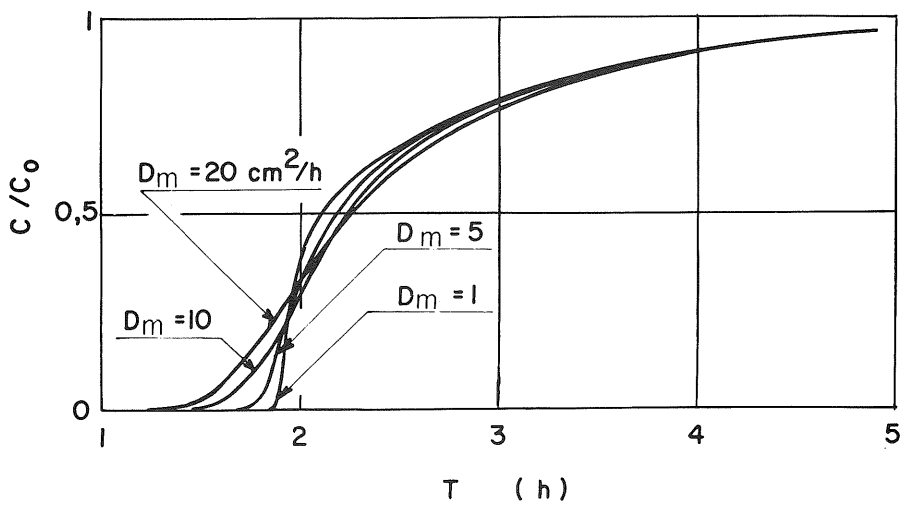
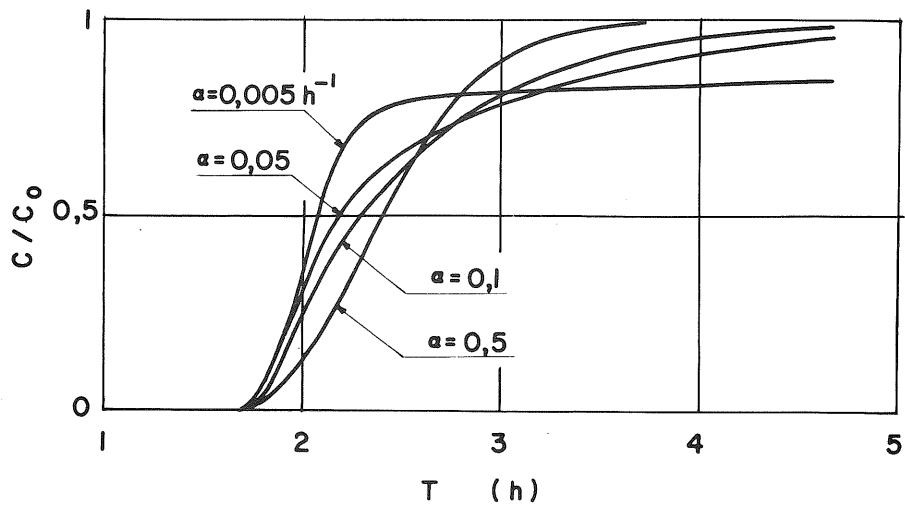
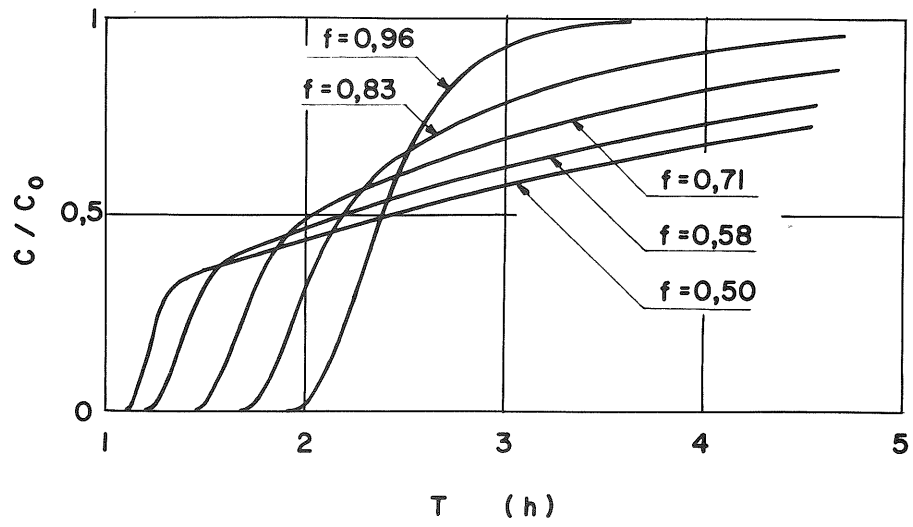


Figure V-7

la fraction d'eau mobile f proche de l'unité, l'influence relative des paramètres devient moins marquée. Nous avons également étudié la sensibilité des paramètres dans ce cas où f est proche de l'unité.

Les valeurs numériques pour les conditions d'écoulement sont :

$$\begin{aligned} q &= 2 \text{ cm/h} \\ z &= 50 \text{ cm} \\ \theta &= 0,27 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \end{aligned}$$

et les valeurs moyennes des paramètres sont :

$$\begin{aligned} f &= 0,963 \\ a &= 0,001 \text{ h}^{-1} \\ D_m &= 5 \text{ cm}^2/\text{h} \end{aligned}$$

Les résultats sont portés figure V-8 où l'on peut noter :

- la variation de f autour de la valeur 0,963 n'a pas une influence aussi nette que pour des valeurs plus faibles de ce même paramètre
- l'influence de a est très faible sur la partie initiale des courbes, mais les queues de courbe peuvent être significativement allongées lorsque a diminue
- le paramètre D_m devient dans ce cas le plus important de tous et influe sur toute la courbe.

On pouvait prévoir que D_m deviendrait très important car quand f devient voisin de l'unité, on se rapproche physiquement du cas où toute l'eau est mobile, c'est-à-dire du cas où le modèle décrivant l'écoulement est à un seul paramètre ($D_m = D_{ap}$). Néanmoins le modèle à trois paramètres permet de reproduire des courbes présentant de longues queues, ce que ne permet pas le modèle à un seul paramètre.

Pour les cas où f est proche de l'unité, l'influence moins séparée des paramètres entraîne des difficultés dans l'ajustement "à l'oeil" car la variation de deux paramètres différents peut avoir le même effet sur la forme des courbes.

Nous avons alors été amenés à établir une autre méthode d'ajustement.

V.2.2.3. Ajustement par "pattern search"

Cette méthode décrite par WILDE (1964) est basée sur la minimisation de la somme des carrés des différences entre les valeurs calculées et les valeurs

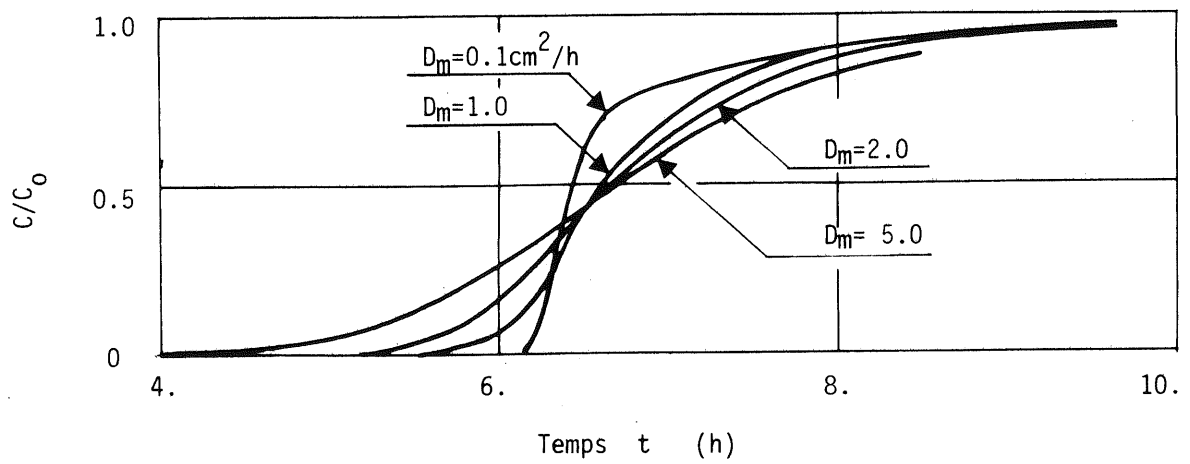
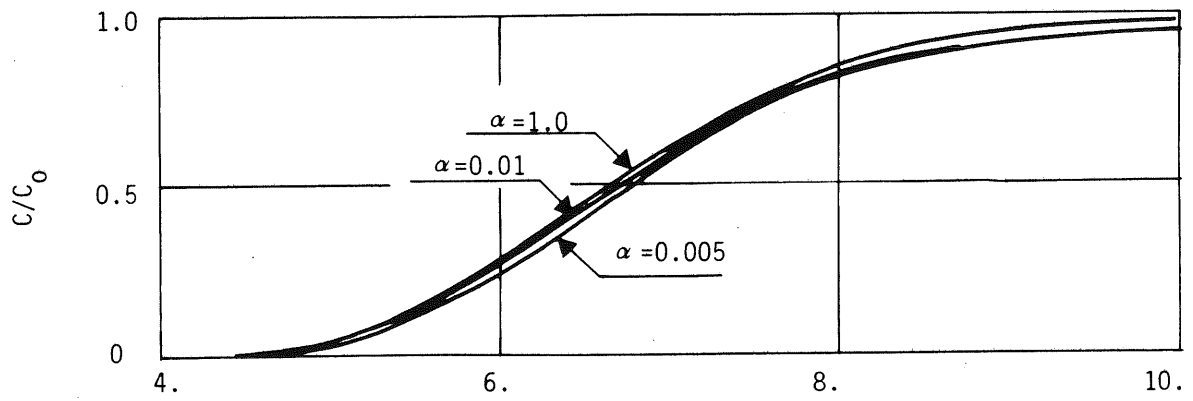
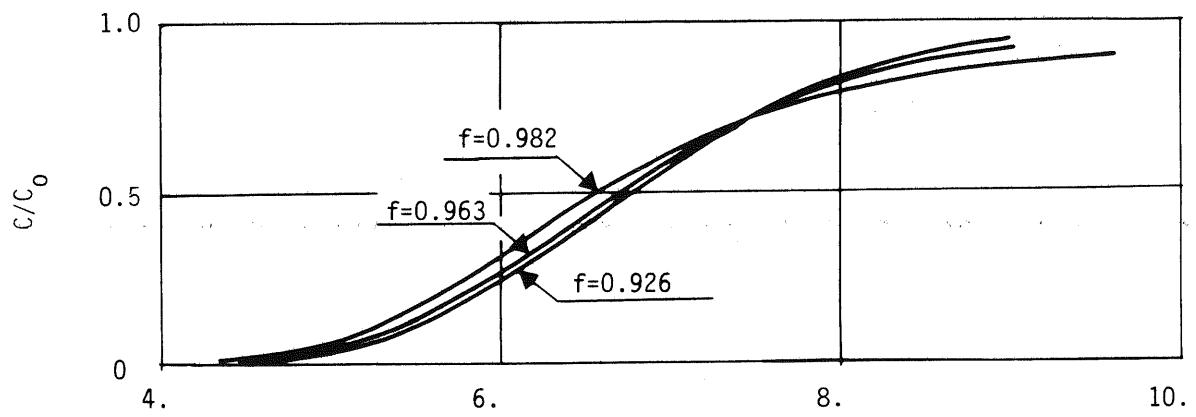


Figure V-8

d-2000-6-4

mesurées. Pratiquement on choisit un certain nombre de points expérimentaux, on calcule les valeurs des concentrations aux mêmes temps, et pour chaque temps on calcule le carré de la différence entre résultat expérimental et résultat dû au calcul. Les paramètres sont ensuite changés jusqu'à ce que la somme des carrés des distances soit minimale. Dans le problème que nous traitons cela revient à chercher le minimum de la fonction SCD (somme des carrés des différences) dans l'espace des paramètres θ_m , D_m et a .

Il existe différentes méthodes permettant d'obtenir ce minimum, nous avons choisi la méthode de "pattern search" pour les raisons suivantes :

- Aucune dérivation de la fonction SCD n'est nécessaire. Comme nous utilisons la solution analytique (V-15) pour le calcul, ce point n'est pas négligeable.
- Le schéma d'itération employé est simple et chaque pas de calcul est une approche de la solution. De plus la base graphique du schéma permet de suivre l'évolution du calcul vers la solution.
- Les calculs faciles sont très favorables à la programmation.
- Les temps de calcul sont relativement faibles. En effet il a été montré empiriquement que le temps de calcul augmente avec la première puissance du nombre de variables (ici les paramètres) alors que dans la plupart des autres méthodes ce temps de calcul augmente avec le cube du nombre de variables.
- Ce schéma d'optimisation évite les problèmes d'oscillations et de convergence que peuvent faire apparaître d'autres méthodes.

La technique de recherche du minimum de la fonction SCD (Pattern Search) est développée en Annexe I.

Comme dans toute recherche de paramètres se pose le problème de l'unicité de la solution calculée (due à la nature du problème traité). Pour vérifier qu'il n'existe pas de minima locaux dans la fraction de l'espace des paramètres où sont effectués les calculs, nous avons effectué le test décrit en Annexe I.

Ce test consiste à faire la recherche du minimum de la fonction SCD à partir de points différents répartis au hasard autour de la solution exacte (connue a priori).

La solution exacte utilisée dans le contrôle que nous effectuons, correspond aux valeurs numériques suivantes :

$$\begin{aligned} q &= 5 \text{ cm/h} \\ z &= 50 \text{ cm} \\ \theta_m &= 0.20 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \\ \theta &= 0.24 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \\ D_m &= 5 \text{ cm}^2/\text{h} \\ a &= 0.05 \text{ h}^{-1} \end{aligned}$$

Les valeurs des concentrations relatives injectées ainsi que les temps correspondants sont indiquées dans le tableau V-3.

t (h)	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8	4.2
C/C _o	0.0673	0.5107	0.6950	0.7843	0.8461	0.8887	0.9178

Tableau V-3

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau V-4

		Essai 1	Essai 2	Essai 3
Point initial injecté	θ_m	0.150	0.150	0.22
	D_m	1.10	10.00	10.00
	a	0.005	0.2	0.2
Point final calculé	θ_m	0.199	0.200	0.200
	D_m	4.97	5.00	5.00
	a	0.051	0.050	0.050

Tableau V-4

Dans chacun des trois essais les valeurs finales des incréments des paramètres sont :

$$d(\theta_m) = 0.0012$$

$$d(D_m) = 0.031$$

$$d(a) = 0.0012$$

On voit donc que pour chaque essai la valeur obtenue pour chaque paramètre avec une incertitude égale à l'incrément, encadre parfaitement la valeur théorique que l'on doit trouver.

Résultats obtenus

La solution analytique (V-15) utilisée dans le schéma d'ajustement des paramètres correspond à une condition à la limite inférieure de colonne infinie. Nous nous sommes donc placés dans le cas où cette condition est physiquement correcte. Dans une section du sol suffisamment éloignée du bas de la colonne tout se passe comme si la colonne est semi-infinie car la concentration a déjà varié, pour atteindre une valeur pratiquement constante lorsque la concentration commence à varier à la sortie.

Pour la section $z = 22$ cm et pour plusieurs valeurs du flux d'eau imposé à l'entrée de la colonne, les résultats obtenus sont présentés dans le tableau V-5.

q cm/h	θ cm^3/cm^3	θ_m cm^3/cm^3	f	D_m cm^2/h	a h^{-1}	$\frac{SCD}{SC}$
10.8	0.257	0.248	0.96	10.0	0.049	0.028
7	0.232	0.205	0.88	2.9	0.101	0.002
5	0.226	0.180	0.80	2.5	0.085	0.002
2	0.200	0.135	0.68	0.6	0.030	0.005

Tableau V-5 : Variation des paramètres avec la teneur en eau obtenue par "Pattern search"

Les valeurs finales des incréments des paramètres sont :

$$d(\theta_m) = 0,005 \quad \text{cm}^3/\text{cm}^3$$

$$d(D_m) = 0,1 \quad \text{cm}^2/\text{h}$$

$$d(a) = 0,005 \quad \text{h}^{-1}$$

Dans la dernière colonne du tableau V-5, nous avons porté le rapport SCD/SC où :

- SCD est la somme des carrés des distances entre les points expérimentaux et les points calculés
- SC est la somme des carrés des valeurs des points expérimentaux.

Ce rapport n'a pas de signification théorique rigoureuse, mais il représente un indice de la qualité de l'ajustement. Plus le rapport SCD/SC est fort, plus l'ajustement peut être considéré comme douteux.

Si on compare les valeurs obtenues par la méthode de recherche "à l'oeil" (tableau V-2) et la méthode "Pattern search" (tableau V-5) on s'aperçoit que :

- le paramètre le plus sensible, à savoir θ_m , est presque identique dans les deux cas
- le paramètre a varie peu d'une méthode à l'autre, sauf pour la valeur la plus faible du flux où l'ajustement par "Pattern search" donne une valeur beaucoup plus faible de ce coefficient,
- la plus grande différence apparaît pour le paramètre D_m , mais on sait que ce coefficient a l'influence la plus faible sur les résultats, dans la gamme de variation que couvrent les paramètres dans notre problème. En effet, une variation du simple au double de D_m n'a pas une influence très significative sur les courbes de variation de concentration (figure V-7).

La comparaison entre les deux méthodes montre donc un bon accord, et on peut noter que l'ajustement "à l'oeil" donne une approximation très correcte des paramètres. Ceci provient du fait que l'influence respective de chaque paramètre est très différenciée de celle des autres. On pourra également noter que l'ajustement pour le flux le plus élevé ($q = 10.8$ cm/h) la valeur du rapport SCN/SN est la plus grande. Là encore on retrouve ce qui a été montré lors de l'étude de la sensibilité des paramètres, à savoir que lorsque f est proche de l'unité (0,96 dans ce cas), l'influence relative de chaque paramètre est beaucoup moins nettement séparée de celle des autres, ce qui rend l'ajustement plus délicat à effectuer. Ceci se traduit dans l'espace des paramètres par une fonction SCD présentant un minimum peu marqué, soit géométriquement un minimum situé dans une vallée à fond presque plat. La perturbation apportée par la variation d'un paramètre est faible dans une telle configuration géométrique et la recherche du minimum devient plus difficile à faire. Néanmoins dans le cas que nous traitons les résultats restent significatifs.

V.2.3 - Cas où toute l'eau du sol est supposée mobile (modèle à un seul paramètre)

A l'aide du schéma numérique décrit au § V.2.1.3, on peut traiter le problème à un paramètre en faisant :

$$\begin{aligned}\theta_m &= \theta \\ a &= 0 \\ D_{ap} &= D_m \\ C &= C_m\end{aligned}$$

Avec ce schéma simplifié JEGAT (1975) a ajusté le paramètre D_{ap} sur l'essai à flux d'eau constant (et égal à 10.8 cm/h), pour la condition d'échelon à la limite supérieure. L'ajustement est fait "à l'oeil" sur la section $z = 22$ cm, et la valeur numérique obtenue est $D_{ap} = 6.5 \text{ cm}^2/\text{h}$.

Les points expérimentaux et les courbes obtenues par le calcul avec le schéma à un paramètre sont présentés figure V-9, où les teneurs en eau locales ont été prises en compte selon la description donnée au § V.2.2.1.

Sur la figure V-9, la comparaison entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées montre que :

- sur la section où l'ajustement est fait, le meilleur accord trouvé est loin de la qualité de l'accord obtenu avec le modèle à trois paramètres,
- avec la valeur ajustée sur une section (ici $z = 22$ cm), il est impossible de reproduire correctement les courbes correspondantes aux autres sections.

Il est possible d'améliorer l'accord entre expérience et calcul pour les sections éloignées du sommet de la colonne, mais alors on constate que :

- le coefficient D_{ap} doit être augmenté et alors la concordance entre courbes expérimentales et calculées devient mauvaise pour les sections proches de la surface
- pour la forme d'une courbe en une section donnée, on ne peut pas représenter simultanément le temps auquel la concentration commence à varier, et la queue des courbes. Si on reproduit correctement le temps du début de la courbe, la queue est complètement tronquée. Par contre, si on simule correctement la queue d'une courbe, le temps du début de la variation est considérablement sous-estimé.
- enfin et surtout, en une section donnée la variation du seul paramètre D_{ap} ne peut que faire étaler une courbe autour du point auquel elle

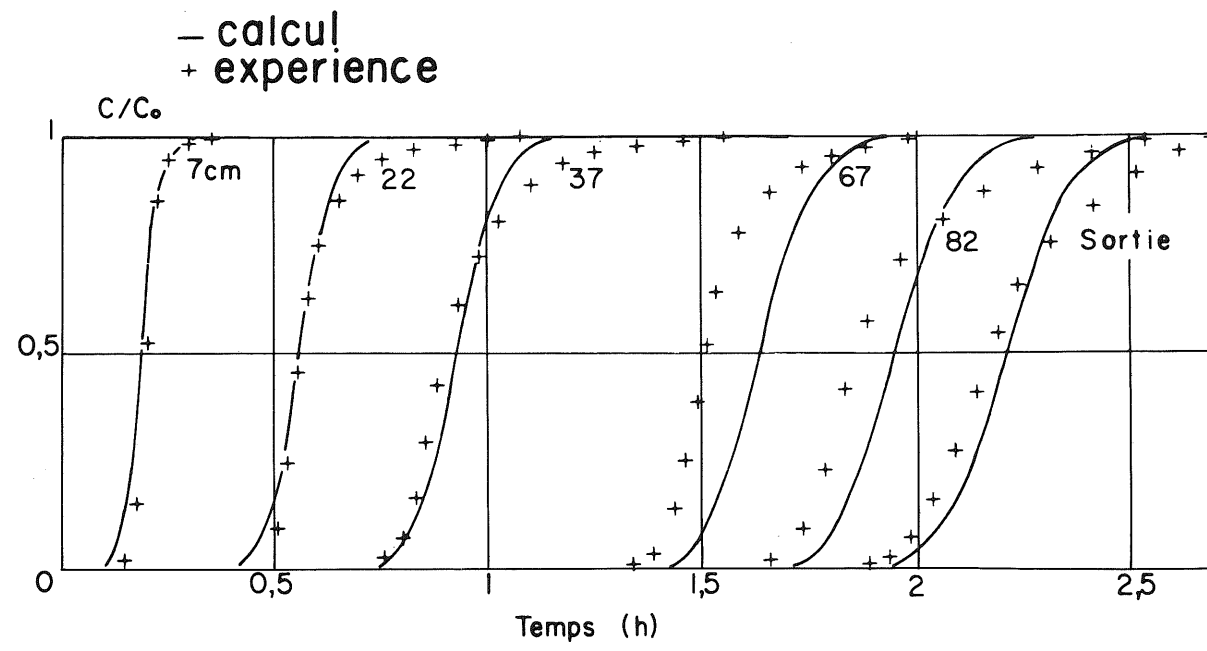


Figure V-9

coupe la droite $C/C_0 = 0.5$. Ce point est assez éloigné de la courbe expérimentale pour les sections profondes. Avec ce modèle la seule possibilité qui existe pour rapprocher ce point de la courbe expérimentale est de considérer une vitesse de pore ($u = q/\theta$) plus grande. Ceci se traduit par une diminution de la teneur en eau participant à l'écoulement puisque la vitesse de Darcy q (ou le débit massique d'eau) est physiquement imposée. Cela revient alors à prendre en compte implicitement une fraction d'eau mobile et une fraction d'eau immobile.

Si l'on revient au résultat expérimental présenté figure III-4, où l'on a porté les variations de concentrations en fonction du volume relatif écoulé, on constate que l'étalement des courbes est d'autant plus important que la vitesse est plus faible. Ceci signifie que l'on doit augmenter le coefficient de dispersion lorsque la vitesse diminue, ce qui est contraire à tous les résultats antécédents.

On doit, de plus, considérer que l'essai choisi est le plus favorable à l'ajustement d'un seul paramètre, car la fraction d'eau mobile est la plus importante parmi les essais présentés, et on a vu dans l'étude de la sensibilité des paramètres que dans ce cas le paramètre D_m devient le plus important.

Ce fait est d'ailleurs confirmé par la comparaison des courbes expérimentales de variation de concentrations relatives en fonction du volume de pore aux courbes calculées d'après la solution de BRENNER (1962). Les courbes en trait fin de la figure V-10 représentent les solutions analytiques, pour différentes valeurs du paramètre adimensionnel Br (nommé nombre de Brenner),

$$\text{où} \quad Br = u L / D_{ap} \quad (V-22)$$

avec L : cote à laquelle sont considérées les variations de concentration.

Sur cette même figure (V-10) les courbes en traits discontinus correspondent aux mesures faites à la cote $L = 82$ cm lors de différents essais et pour chaque essai on a porté en paramètre la vitesse de pore u .

La comparaison des courbes expérimentales et des courbes théoriques obtenues en faisant l'hypothèse que toute l'eau est mobile conduit aux remarques suivantes :

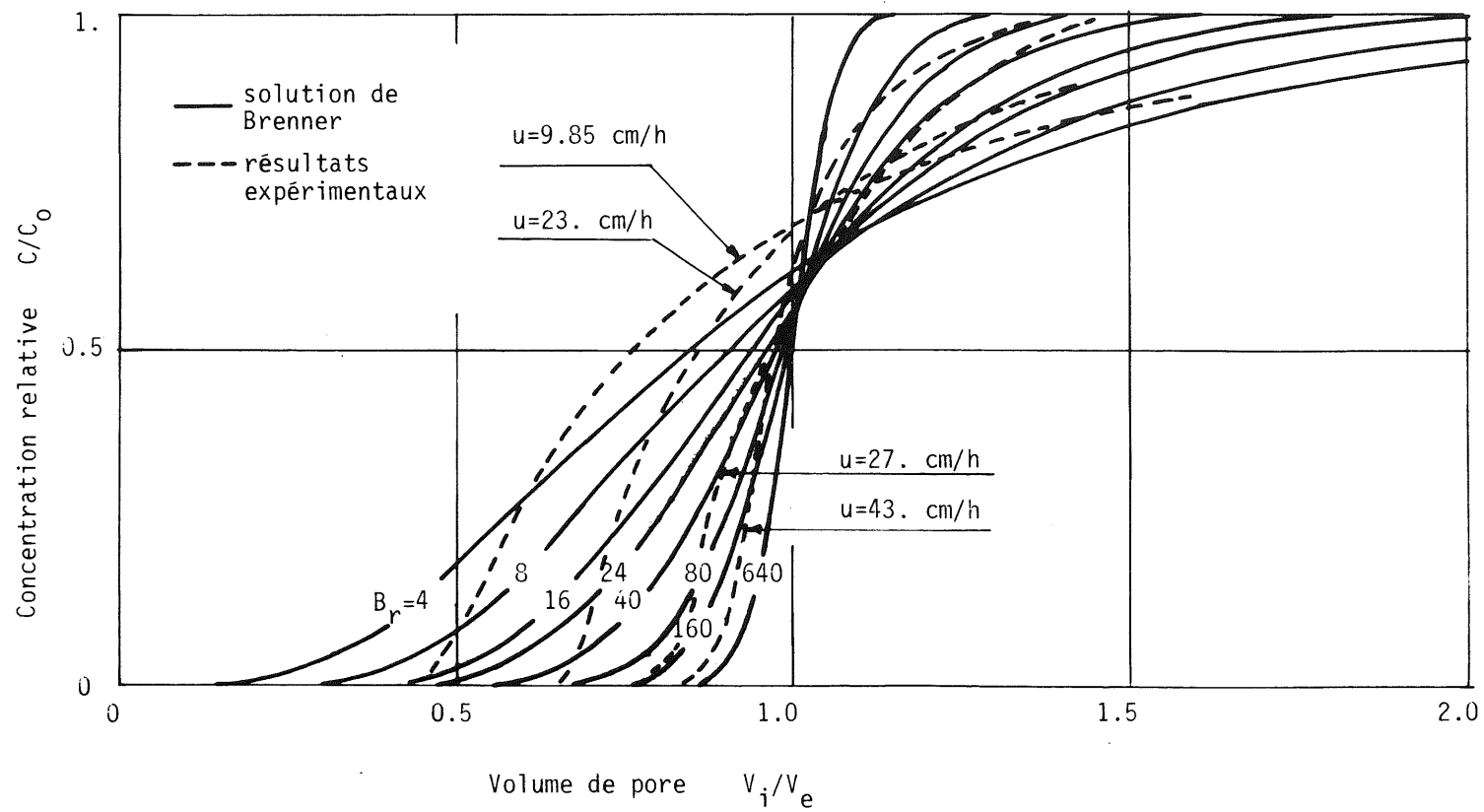


Figure V-10

- aucune courbe expérimentale n'est correctement simulée par les courbes théoriques
- même en translatant horizontalement les courbes expérimentales, il est impossible d'obtenir une concordance expérience-modèle, ce qui physiquement reviendrait à considérer qu'une fraction de l'eau ne s'écoule pas et qu'il n'existe pas d'échange entre eau liée et eau mobile. Le modèle à un paramètre ne semble donc pas convenir, mais de plus un modèle à deux paramètres (D_{ap} et une fraction immobile) ne suffirait pas
- la moins mauvaise concordance modèle-expérience apparaît pour la vitesse la plus élevée (qui est également le cas où la teneur en eau est la plus élevée). Ceci confirme l'étude de sensibilité des paramètres, à savoir : D_m devient plus important lorsque θ tend vers θ_s .

Les constatations précédentes nous conduisent à conclure que le modèle considérant que toute l'eau participe à l'écoulement ne permet pas de décrire de manière satisfaisante la réalité physique.

V.2.4 - Relations caractéristiques du problème dispersif

La description des résultats expérimentaux est très nettement meilleure quand on utilise le modèle qui prend en compte un fractionnement de l'eau en partie mobile et en partie immobile. De ce fait, nous ne présentons que les résultats ayant été obtenus avec ce modèle à trois paramètres.

V.2.4.1. La teneur en eau mobile

Dans le cadre de notre étude en l'absence d'évaporation, la teneur en eau varie entre deux points extrêmes qui sont : la teneur en eau résiduelle θ_r et la teneur en eau à saturation naturelle θ_s . De plus, on considère qu'à la teneur en eau résiduelle $\theta_r = 0,075 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, toute l'eau devient immobile (vis-à-vis des forces capillaire et gravitaire). Ceci donne avec les valeurs obtenues par ajustement par "Pattern search" les cinq points de la figure V-11 où l'on a porté la teneur en eau totale. On a également porté sur la figure V-11 les erreurs faites sur la détermination de la teneur en eau par un écart-type obtenu en faisant la moyenne sur tout le profil (voir figure V-4) et les erreurs faites sur l'ajustement de la teneur en eau mobile par la valeur de l'incrément du paramètre $d(\theta_m)$ utilisé.

Deux types de relations ont été ajustées à partir de ces points.

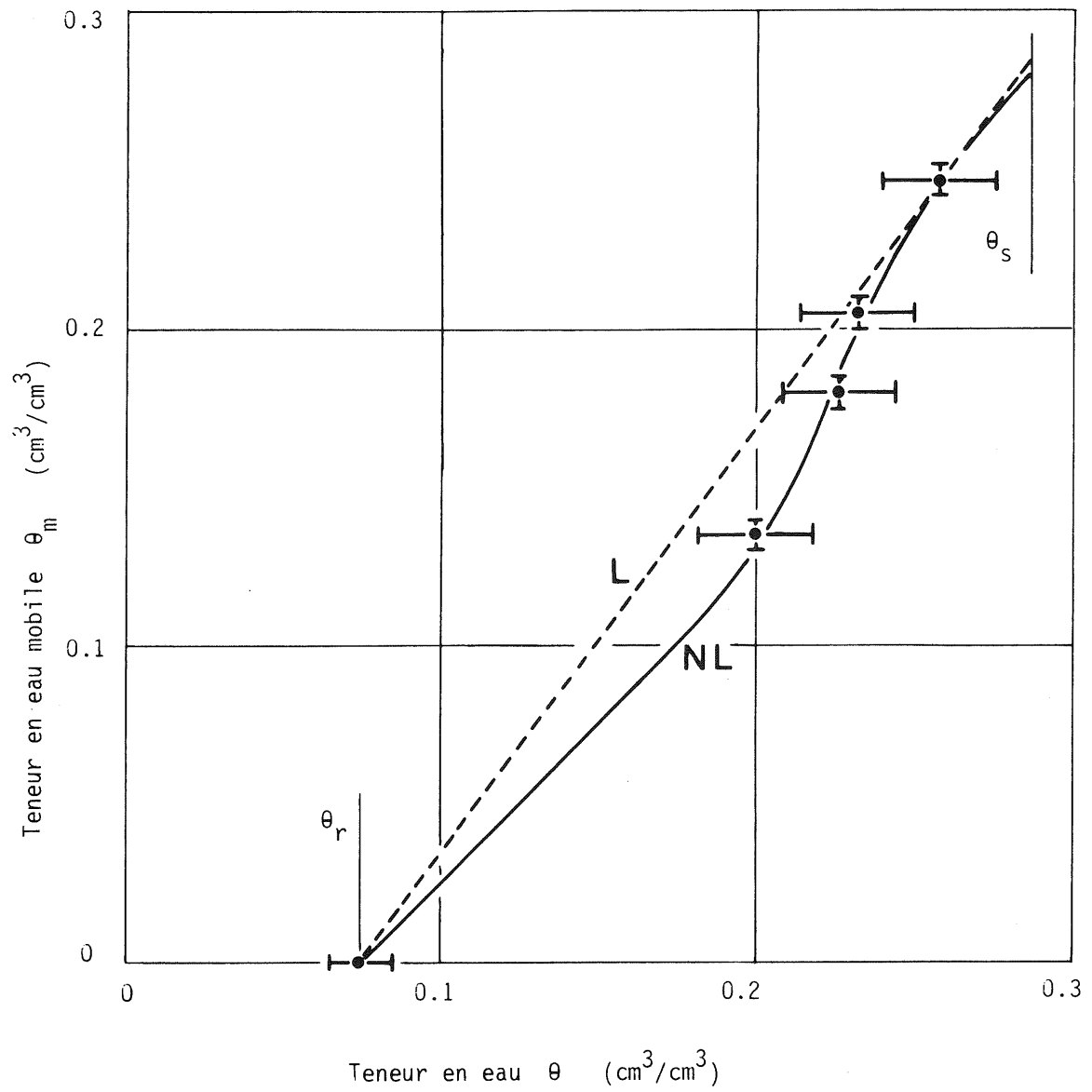


Figure V-11

Une relation linéaire a été obtenue en joignant les deux points expérimentaux extrêmes, ce qui donne une relation de la forme :

$$\theta_m = A_f \times \theta + B_f \quad (V-23)$$

avec

$$A_f = 1.362$$

$$B_f = - 0.103$$

Une autre relation a été ajustée entre les points, de la forme :

$$\theta_m = \theta - \left(\frac{C_f}{A_f + \theta^{B_f}} + D_f \right) \quad (V-24)$$

avec

$$A_f = 0.82539 \times 10^{-12}$$

$$B_f = 0.18776 \times 10^{+2}$$

$$C_f = 0.57778 \times 10^{-13}$$

$$D_f = 0.500 \times 10^{-2}$$

La relation linéaire et la relation non-linéaire sont respectivement représentées par les courbes L et NL sur la figure V-11. On montrera au chapitre suivant l'influence du choix de la relation (linéaire ou non-linéaire) sur la distribution des concentrations dans le sol lors d'une infiltration à débit constant d'eau salée dans un sol initialement drainé.

V.2.4.2. Le coefficient de dispersion apparent

Les points expérimentaux ont été portés figure V-12, dans le diagramme proposé par PFANNKUCH en variables adimensionnelles. On constate un décalage des points par rapport à la position moyenne des points du diagramme de PFANNKUCH.

On considère sur la figure V-12 que la relation entre D_m/D_o et $d \times q / (D_o \times \theta_m)$ est représentée par le segment de droite en pointillé et le segment de droite horizontal prolongeant le pointillé jusqu'à $d \times q / D_o \times D_m = 10^{-3}$. Ceci se traduit par une relation de la forme :

$$\begin{aligned} \text{si} \quad q/\theta_m &\leq 0.52 \text{ cm/h} : D_m = 0.0306 \text{ cm}^2/\text{h} \\ \text{si} \quad q/\theta_m &> 0.52 \text{ cm/h} : D_m = 0.065 (q/\theta_m)^{1.15} \text{ cm}^2/\text{h} \end{aligned} \quad (V-25)$$

La courbe correspondant aux résultats de PFANNKUCH peut être approximée

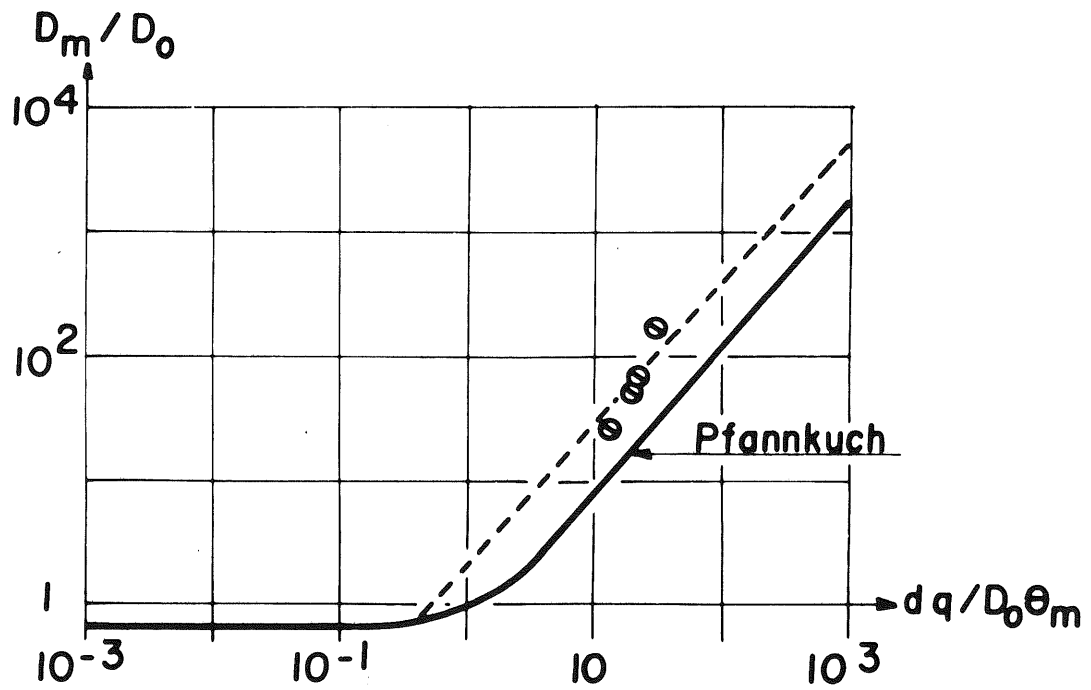


Figure V-12

de la même manière par deux segments de droite, ce qui donne la relation :

$$\begin{aligned} \text{si } q/\theta_m &\leq 1.586 \text{ cm/h} : D_m = 0.0306 \text{ cm}^2/\text{h} \\ \text{si } q/\theta_m &> 1.586 \text{ cm/h} : D_m = 0.018 (q/\theta_m)^{1.15} \text{ cm}^2/\text{h} \end{aligned} \quad (\text{V-26})$$

Ces deux relations seront utilisées lors du calcul du transfert simultané d'eau et de sel en régime transitoire.

V.2.4.3. Le coefficient de transfert

La variation du coefficient de transfert α n'est pas significative d'un essai à l'autre (tableau V-5) il a donc été choisi de prendre la moyenne arithmétique des valeurs obtenues par ajustement.

La valeur de α sera donc :

$$\alpha = 0.066 \text{ h}^{-1}$$

On peut justifier physiquement le fait que le coefficient de transfert reste constant pour la gamme de variation de la teneur en eau. En effet, l'échange entre eau mobile et eau immobile se fait par agitation moléculaire, et l'épaisseur de la couche d'eau immobile (qui varie assez peu) est de l'ordre de grandeur de quelques libres parcours moyens des molécules de soluté en solution dans l'eau. Il est donc légitime de penser que l'échange se fait en un temps caractéristique qui dépendra peu des conditions d'écoulement, mais qui par contre dépendra beaucoup de la répartition spatiale de l'eau immobile (donc de la nature et du compactage du milieu poreux).

V.3 - CONCLUSIONS

La détermination des relations caractéristiques pour le problème hydrodynamique est directe et ne cause pas de difficultés, dans la mesure où les données expérimentales sont bonnes.

Par contre, la détermination des paramètres nécessaires à la résolution du problème de transfert de soluté, qui est basée sur le calage du modèle sur l'expérience, provoque les questions suivantes :

- Quelle est la représentativité du modèle ?
- Y-a-t-il unicité des paramètres ?

L'examen de ces points a été fait en reprenant les travaux antérieurs (JEGAT, 1975) et en les complétant :

- pour mieux définir la sensibilité du modèle aux variations de paramètres,
- pour assurer une recherche automatique des paramètres, en supprimant l'aspect subjectif de l'ajustement "à l'oeil".

Pour répondre à la première question on doit considérer que le modèle, basé sur l'hypothèse que toute l'eau participe à l'écoulement, ne permet pas de traduire correctement la réalité physique. Ce modèle, largement répandu dans la littérature spécialisée, doit donc être amélioré. Pour cela on reprend les courbes de variation de concentration en soluté en une section donnée, lors d'un écoulement permanent d'eau. Ces courbes présentent deux caractéristiques essentielles, un temps de départ très court et des queues très prolongées. Cette forme est caractéristique d'une distribution de vitesses de l'eau dans le milieu poreux. On peut alors essayer de caractériser cette distribution de vitesses. La distribution de vitesses que nous avons choisi est très simple, puisqu'elle correspond à une partie d'eau mobile à vitesse uniforme (q/θ_m) et une partie immobile. Cette vue simplifiée peut être améliorée, il ne s'agit que d'un concept, mais l'état actuel de nos connaissances ne nous permet pas d'affiner cette description. D'autre part, la correspondance entre courbes expérimentales et courbes calculées est remarquable pour une grande gamme de variation des conditions d'essai, à savoir :

- en plusieurs points d'un même milieu poreux
- pour des conditions aux limites différentes
- pour des teneurs en eau différentes.

Les considérations physiques et les résultats dus au modèle à trois paramètres convergent pour montrer que ce modèle décrit de manière satisfaisante la réalité physique.

La réponse à la seconde question a été apportée par l'étude de la sensibilité des paramètres et par l'essai qui a consisté à montrer que partant de points différents dans l'espace des paramètres, on converge toujours vers la même solution. Dans la gamme de variation des paramètres qui intéresse notre étude il y a donc unicité de la solution au modèle proposé.

Enfin on peut mentionner qu'il existe d'autres façons de traiter ce même problème, comme par exemple les méthodes du génie chimique (VILLERMAUX, 1975) qui sont parfaitement applicables à la modélisation du transfert d'eau et de soluté dans un milieu poreux. Ces dernières méthodes s'appliquent pour des processus linéaires (comme le cas de l'écoulement d'eau permanent), mais sont actuellement inapplicables aux processus non-linéaires (écoulement d'eau transitoire). Nous avons donc écarté ces méthodes car le but final de notre étude est de traiter le transfert simultané d'eau et de soluté en régime d'écoulement d'eau transitoire.

TROISIEME PARTIE

RESOLUTION NUMERIQUE ET RESULTATS

CHAPITRE VI

SIMULATION DU TRANSFERT COUPLE EAU-SOLUTE : RESOLUTION NUMERIQUE

La formulation mathématique des transferts ne trouve son intérêt que si l'on est en mesure de résoudre le système d'équations qui résulte de la modélisation. Pour le système décrivant le transfert d'eau et de soluté, il est très difficile, voire impossible, de trouver une solution analytique. Nous avons donc été conduits à faire une intégration numérique des équations différentielles intervenant dans le problème que nous traitons.

VI.1 - PROBLEME A RESOUDRE

VI.1.1 - Problème hydrodynamique

VI.1.1.1. Equation de l'écoulement de l'eau

L'équation (IV-5) qui décrit l'écoulement de l'eau fait intervenir deux variables : la teneur en eau θ et la pression de l'eau du sol h . Ces deux variables θ et h sont liées par une relation caractéristique $\theta(h)$. On peut donc choisir de traiter le problème par rapport à h ou à θ . La résolution du problème de transfert de soluté impose de connaître θ et la vitesse de Darcy q (donc h). Nous avons éliminé la résolution utilisant θ comme variable car elle fait intervenir un coefficient (nommé diffusivité dans la littérature) qui prend une valeur infinie lorsque θ tend vers θ_s (teneur en eau de saturation naturelle).

De ce fait, il est impossible de traiter les cas pratiques où le sol se sature en eau. La résolution sera donc faite en utilisant h comme variable.

En introduisant la capacité capillaire $C_a(h)$ selon :

$$C_a(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h} \quad (\text{VI-1})$$

la relation (IV-5) s'écrit :

$$C_a(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \frac{\partial h}{\partial z} - K(h) \right] \quad (\text{VI-2})$$

soit encore :

$$C_a(h) \frac{\partial h}{\partial t} = K(h) \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{\partial K(h)}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial K(h)}{\partial z} \quad (\text{VI-3})$$

La relation (VI-3) est une équation aux dérivées partielles de la fonction h , à deux variables (z, t) , à coefficients non constants et du type : diffusion-convection avec terme de source.

V.1.1.2. Relations caractéristiques

La résolution de l'équation (VI-3) impose la connaissance des deux relations $K(h)$ et $C_a(h)$.

La relation liant la conductivité hydraulique K et la pression de l'eau du sol h a été définie au chapitre précédent par l'équation (V-2).

La capacité capillaire est obtenue en dérivant par rapport à h la relation $\theta(h)$ que nous rappelons :

$$\theta(h) = (\theta_s - \theta_r) \frac{A_t}{A_t + |h|^{B_t}} + \theta_r \quad (\text{VI-4})$$

Soit donc :

$$C_a(h) = - (\theta_s - \theta_r) \frac{A_t \cdot B_t |h|^{B_t-1}}{(A_t + |h|^{B_t})^2} \quad (\text{VI-5})$$

V.1.1.3. Conditions initiales et conditions aux limites

Pour la condition initiale nous avons à définir la valeur de la pression de l'eau du sol en chaque point du milieu poreux, à l'instant $t = 0$. Dans le cadre de notre étude, nous avons deux types de conditions initiales :

- l'équilibre hydrostatique est atteint, donc le potentiel total est constant en tout point de la tranche de sol considérée, soit :

$$H(z,0) = h(z,0) - z = H_{ini} \quad (VI-6)$$

on obtient alors le profil initial de pression par :

$$h(z,0) = H_{ini} + z \quad (VI-7)$$

- la teneur en eau est constante en tout point de la portion de zone non-saturée considérée, soit :

$$\theta(z,0) = \theta_{ini} \quad (VI-8)$$

Dans ce dernier cas, le profil initial de pression est obtenu en inversant la relation $\theta(h)$, d'où :

$$h(z,0) = h(\theta_{ini}) \quad (VI-9)$$

Comme le cas physique traité concerne les infiltrations d'eau à débit constant, la condition à la limite supérieure exprime qu'un flux d'eau constant pénètre dans le sol à travers la surface supérieure durant tout l'essai, soit :

$$q(0,t) = q_0 = \text{cte} \quad (VI-10)$$

En terme de pression d'eau, cette condition s'écrit :

$$q(0,t) = -K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \Big|_{z=0} = q_0 \quad (VI-11)$$

soit encore :

$$\frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=0} = 1 - q_0 / K(h) \Big|_{z=0} \quad (VI-12)$$

Le problème de l'écoulement de l'eau est alors mathématiquement complètement défini.

VI.1.2 - Transfert du soluté

VI.1.2.1. Equation de conservation de masse du soluté

Dans le cas où l'eau est considérée comme séparée en deux fractions mobile et stagnante, la relation (IV-8) décrit la conservation de masse du soluté). Dans cette relation que nous rappelons :

$$\frac{\partial c_m \theta_m}{\partial t} + \frac{\partial c_{im} \theta_{im}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_m \theta_m \frac{\partial c_m}{\partial z} \right] - \frac{\partial c_m \cdot q}{\partial z} \quad (VI-13)$$

on peut injecter la relation décrivant la conservation de masse d'eau :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (VI-14)$$

avec

$$\theta = \theta_{im} + \theta_m \quad (VI-15)$$

La relation (VI-13) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + (c_m - c_{im}) \cdot \left(\alpha - \frac{\partial \theta_{im}}{\partial t} \right) &= \frac{\partial D_m \theta_m}{\partial z} \cdot \frac{\partial c_m}{\partial z} + D_m \theta_m \frac{\partial^2 c_m}{\partial z^2} \dots \\ \dots - q \frac{\partial c_m}{\partial z} & \end{aligned} \quad (VI-16)$$

La relation (VI-16) sera utilisée pour résoudre le problème du transfert de soluté. Dans cette équation aux dérivées partielles interviennent deux inconnues c_m et c_{im} , il faut donc disposer d'une relation supplémentaire entre c_m et c_{im} , compatible avec (VI-16), pour avoir un problème solvable. Cette relation est celle qui exprime l'échange de matière entre eau mobile et immobile (cf paragraphe suivant).

Lorsque l'on suppose que toute l'eau s'écoule avec une même vitesse moyenne, la relation (VI-16) se simplifie en prenant :

$$\begin{aligned} c_m &= c \\ c_{im} &= 0 \\ \theta_m &= \theta \\ \theta_{im} &= 0 \\ D_m &= D_{ap} \\ \alpha &= 0 \end{aligned} \quad (VI-17)$$

soit donc :

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial \theta D_{ap}}{\partial z} \cdot \frac{\partial c}{\partial z} + D_{ap} \theta \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - q \frac{\partial c}{\partial z} \quad (VI-18)$$

Dans l'équation (VI-18) une seule inconnue C , intervient alors.

VI.1.2.2. Relation d'échange de soluté entre eau mobile et eau stagnante

Lorsqu'il existe de l'eau immobile, la relation (IV-9) rend compte de l'échange de soluté entre les deux fractions d'eau. Nous rappelons cette relation :

$$\theta_{im} \cdot \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = \alpha (C_m - C_{im}) \quad (VI-19)$$

VI.1.2.3. Relations caractéristiques

Quand on traite le problème décrit par l'équation (VI-18) un seul paramètre D_{ap} est à déterminer. Il est calculé par une des deux relations données au § V.2.4.2 en faisant : $D_{ap} = D_m$. En effet le cas où toute l'eau est mobile est un cas limite du cas général (auquel on ajoute les relations VI-17).

Si l'on considère que l'eau est séparée en deux fractions, trois paramètres doivent être connus. Les relations donnant θ_m , D_m et α sont décrites respectivement aux § V.2.4.1, V.2.4.2 et V.2.4.3.

VI.1.2.4. Conditions initiales et aux limites

La condition initiale donnant la répartition des concentrations dans le sol correspond, dans tous les cas pratiques traités, à des concentrations nulles en tous points du sol, soit :

$$\left. \begin{array}{l} C_m(z,0) = 0 \\ C_{im}(z,0) = 0 \end{array} \right\} \quad (VI-20)$$

La condition à la limite supérieure ($z=0$) exprime que l'on injecte un flux massique de soluté constant entre les instants $t = 0$ et $t = t_c$, puis un débit massique nul pour les instants $t > t_c$. En prenant $t_c \rightarrow \infty$ on décrira le cas d'une injection continue de soluté à la surface supérieure du sol.

La condition de flux constant à travers la surface supérieure du sol s'exprime par :

$$q_0 C_m(z,t) \left| - D_0 \frac{\partial C_m(z,t)}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^-} = q_0 C_m(z,t) \left| - D_m(z,t) \frac{\partial C_m(z,t)}{\partial z} \right|_{z \rightarrow 0^+} \quad (VI-21)$$

Soit, en négligeant la diffusion moléculaire D_0 devant la dispersion D_m :

$$q_0 C_m(z,t) \Big|_{z \rightarrow 0^-} = q_0 C_m(z,t) \Big|_{z \rightarrow 0^+} - D_m(z,t) \frac{\partial C_m(z,t)}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow 0^+} \quad (\text{VI-22})$$

avec

$$\left. \begin{array}{ll} 0 < t \leq t_c & C_m(z,t) \Big|_{z \rightarrow 0} = C_0 \\ t > t_c & C_m(z,t) \Big|_{z \rightarrow 0} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{VI-23})$$

où C_0 est la concentration en soluté de l'eau infiltrée.

La condition à la limite inférieure traduit que le soluté n'est pas encore parvenu à la section du sol considérée ($z = L$), soit :

$$C_m(L,t) = 0 \quad (\text{VI-24})$$

Le problème du transfert de soluté est ainsi complètement défini. Le traitement reposant sur l'hypothèse de l'eau entièrement mobile est simplement un cas particulier du cas général (soumis aux relations VI-17).

VI.1.3 - Couplage : problème hydrodynamique - transfert de soluté

Le problème hydrodynamique ne dépend pas, sous les hypothèses que nous avons formulé de la présence de soluté dans l'eau. Par contre, la résolution du problème du transfert de soluté dépend de la connaissance des variables q et θ , fournies par la résolution du problème hydrodynamique.

La teneur en eau θ est obtenue, à partir de la variable de résolution h , par la relation caractéristique $\theta(h)$, donnée par (V-1).

La vitesse de DARCY est calculée, également à partir de la variable h , à l'aide de l'équation de RICHARDS que nous rappelons :

$$q(z,t) = -K[h(z,t)] \times \left[\frac{\partial h(z,t)}{\partial z} - 1 \right] \quad (\text{VI-25})$$

Tous les éléments sont ainsi réunis pour résoudre le transfert couplé eau-soluté lors d'une infiltration à débit d'eau constant.

VI.2 - METHODE DES DIFFERENCES FINIES APPLIQUEE AU TRANSFERT COUPLE EAU-SOLUTE

VI.2.1 - Rappel de la méthode des différences finies

La méthode des différences finies (notée D.F.) permet, par approximations, de calculer la solution d'une équation différentielle aux dérivées partielles.

Considérons une fonction quelconque $f(z,t)$ satisfaisant les hypothèses qui permettent de la décomposer en série de TAYLOR. On peut alors écrire :

$$f(z + \Delta z) = f(z) + \Delta z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{(\Delta z)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{(\Delta z)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial z^3} + \dots \quad (\text{VI-26})$$

ou bien encore :

$$f(z - \Delta z) = f(z) - \Delta z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{(\Delta z)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{(\Delta z)^3}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial z^3} + \dots \quad (\text{VI-27})$$

De (VI-26) , on peut tirer :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} + O(\Delta z) \quad (\text{VI-28})$$

où le terme $O(\Delta z)$ représente les termes restants de la série. Si ce terme $O(\Delta z)$ tend vers zéro, la dérivée première $\frac{\partial f}{\partial z}$ peut être approximée par :

$$\frac{\partial f}{\partial z} \approx \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} \quad (\text{VI-29})$$

Cette écriture est dite en différence "avant" et l'approximation ainsi obtenue est d'ordre 1 car les termes négligés (troncature) sont tous de puissance supérieure ou égale à 1 en Δz .

A partir du développement (VI-27) on obtiendra une écriture en différence "arrière", d'ordre 1, selon :

$$\frac{\partial f}{\partial z} \approx \frac{f(z) - f(z - \Delta z)}{\Delta z} \quad (\text{VI-30})$$

On peut obtenir une meilleure approximation de la dérivée première, en retranchant (VI-27) de (VI-26). On obtient ainsi une différence "centrale" d'ordre 2, soit :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{f(z + \Delta z) - f(z - \Delta z)}{2 \Delta z} + O(\Delta z)^2 \quad (\text{VI-31})$$

ce qui donne l'approximation :

$$\frac{\partial f}{\partial z} \# \frac{f(z + \Delta z) - f(z - \Delta z)}{2 \Delta z} \quad (\text{VI-32})$$

L'approximation de la dérivée seconde est obtenue en ajoutant (VI-26) et (VI-27), ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \# \frac{f(z + \Delta z) - 2f(z) + f(z - \Delta z))}{(\Delta z)^2} \quad (\text{VI-33})$$

L'approximation ainsi obtenue est du 2ème ordre .

Pour une fonction de plusieurs variables, les mêmes dérivations peuvent être obtenues pour chacune des variables. On pourra alors donner une approximation en différence finie de chaque dérivée intervenant dans une équation différentielle.

VI.2.1.1. Exemple de l'équation de diffusion

Supposons que la fonction $f(z,t)$ définie précédemment satisfasse à l'équation de diffusion, soit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (\text{VI-34})$$

Il existe plusieurs possibilités d'écriture de cette équation en différences finies, selon le choix que l'on fait pour l'approximation de chacun des termes. Le temps et l'espace sont découpés en incréments finis Δt et Δz selon :

$$t = k \cdot \Delta t \quad \text{avec } 0 \leq k \leq m \quad (\text{VI-35})$$

$$z = i \cdot \Delta z \quad \text{avec } 0 \leq i \leq n \quad (\text{VI-36})$$

Sous forme condensée, on écrira :

$$f(z,t) = f(i \Delta z, k \Delta t) \approx W_i^k \quad (\text{VI-37})$$

où W_i^k est la solution approchée au point discret de calcul $(i \Delta z, k \Delta t)$.

a) Approximation explicite

Pour un point courant $k > 0$ et $0 < i < n$, on peut écrire une forme approchée de (VI-34), selon

$$\frac{W_i^{k+1} - W_i^k}{\Delta t} = \frac{W_{i+1}^k - 2W_i^k + W_{i-1}^k}{(\Delta z)^2} \quad (\text{VI-38})$$

Cette écriture fait intervenir une approximation d'ordre 2 en Δz et d'ordre 1 en Δt .

En supposant connues les valeurs de W_i^k ($i = 0, \dots, n$) on calculera aisément les valeurs de W_i^{k+1} ($i = 1, \dots, n-1$) par :

$$W_i^{k+1} = W_i^k + \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} (W_{i+1}^k - 2W_i^k + W_{i-1}^k) \quad (\text{VI-38})$$

On ajoutera les conditions aux limites supérieure et inférieure pour calculer W_1^{k+1} et W_n^{k+1} .

Ainsi, à partir de l'état initial W_i^0 ($i = 0, \dots, n$) on pourra calculer W_i^1 ($i = 0, \dots, n$) puis W_i^2 ($i = 0, \dots, n$) à partir de W_i^1 et ainsi de suite jusqu'à W_i^{k+1} .

La solution approchée au point $(i \Delta z, k \Delta t)$ dépend de trois points $[(i-1) \Delta z, (k-1) \Delta t]$, $[i \Delta z, (k-1) \Delta t]$ et $[(i+1) \Delta z, (k-1) \Delta t]$ qui eux-mêmes dépendent de cinq points (figure VI-1). La solution approchée au point $(i \Delta z, k \Delta t)$ dépend de la condition initiale $(i \Delta z, 0)$ et des conditions aux limites selon le schéma de la figure VI-1. Le domaine de dépendance de la solution approchée au point $(i \Delta z, k \Delta t)$ est représenté par la surface ABDFGA, alors que le domaine de dépendance de l'équation de diffusion traitée (VI-34) est le rectangle ACEGA.

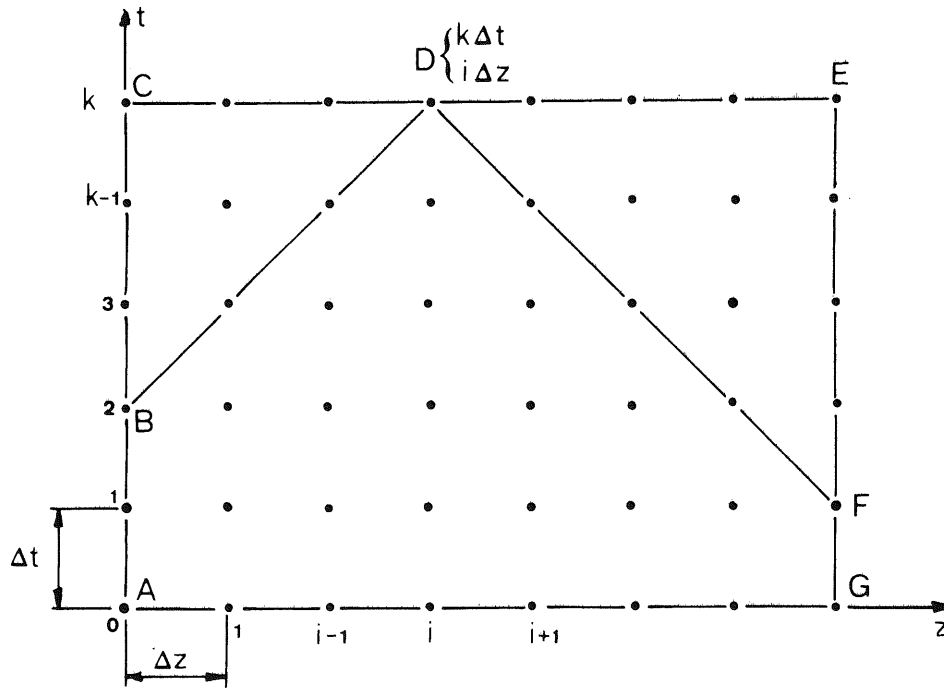


Figure VI-1 : Domaine de dépendance de la solution w_i^k pour une approximation explicite.

La solution approchée sera d'autant plus près de la solution réelle que les domaines de dépendance seront proches l'un de l'autre. Cela implique que les incréments Δz et Δt seront dépendants. Une analyse plus rigoureuse (REMSON et al, 1971) montre que l'on doit respecter :

$$\Delta t / (\Delta z)^2 < 1/2 \quad (\text{VI-39})$$

Il est facile de rendre égaux les deux domaines de dépendance en écrivant l'approximation de la dérivée seconde $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ au temps $(k+1)\Delta t$.

b) Approximation implicite

La formulation implicite est donnée par ($i = 1, \dots, n-1$)

$$\frac{w_i^{k+1} - w_i^k}{\Delta t} = \frac{w_{i+1}^{k+1} - 2w_i^{k+1} + w_{i-1}^{k+1}}{(\Delta z)^2} \quad (\text{VI-40})$$

Dans cette écriture, les termes négligés sont également de la forme

$O (\Delta z)^2$ et $O (\Delta t)$.

L'inconnue W_i^{k+1} ne peut plus être calculée directement, la relation (VI-40) conduisant à un système d'équations linéaires à résoudre simultanément.

La relation (VI-40) peut être écrite sous la forme ($i = 1, \dots, n-1$) :

$$W_{i-1}^{k+1} (-1) + W_i^{k+1} \left[2 + \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} \right] + W_{i+1}^{k+1} (-1) = \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} W_i^k \quad (\text{VI-41})$$

Les conditions aux limites fournissent :

$$b_0 W_0^{k+1} + d_0 W_1^{k+1} = e_0 W_0^k \quad (\text{VI-42})$$

$$a_n W_{n-1}^{k+1} + b_n W_n^{k+1} = e_n W_n^k \quad (\text{VI-43})$$

On peut alors écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} b_0 & d_0 & & 0 \\ -1 & 2 + \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} & & -1 \\ & \ddots & \ddots & \\ -1 & 2 + \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} & & -1 \\ 0 & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_0^{k+1} \\ W_1^{k+1} \\ \vdots \\ W_{n-1}^{k+1} \\ W_n^{k+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e_0 W_0^k \\ \frac{\Delta z^2}{\Delta t} W_1^k \\ \vdots \\ \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t} W_{n-1}^k \\ e_n W_n^k \end{Bmatrix} \quad (\text{VI-44})$$

La matrice des coefficients étant tridiagonale le système linéaire peut être résolu très facilement par un algorithme de calcul (algorithme de Thomas) ne mettant en jeu que peu d'opérations arithmétiques. Cet algorithme sera décrit au § VI.2.1.3.

Dans le cas de la formulation implicite, les domaines de dépendance de la solution cherchée f et de la solution approchée W_i^k sont identiques. Les incréments Δt et Δz sont indépendants, ce qui donne une grande souplesse d'utilisation.

c) Approximation de CRANK-NICOLSON

On peut prendre une différence finie centrée par rapport au temps, de manière à avoir une approximation en $O(\Delta t)^2$, selon ($i = 1, \dots, n-1$) :

$$\frac{w_i^{k+1} - w_i^{k-1}}{2 \Delta t} = \frac{w_{i+1}^k - 2 w_i^k + w_{i-1}^k}{(\Delta z)^2} \quad (\text{VI-45})$$

Malheureusement ce schéma est toujours instable et ne peut être utilisé. Par contre, il est possible d'employer un schéma semblable, en considérant $\frac{\partial f}{\partial t}$ comme une différence centrée par rapport à $(k + 1/2) \Delta t$ et écrire $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ au temps intermédiaire $k + 1/2$. Cette solution approchée dite de CRANK-NICOLSON s'écrit pour $i = 1, \dots, n-1$:

$$\frac{w_i^{k+1} - w_i^k}{\Delta t} = \frac{w_{i+1}^{k+1/2} - 2 w_i^{k+1/2} + w_{i-1}^{k+1/2}}{(\Delta z)^2} \quad (\text{VI-46})$$

L'estimation de $w_i^{k+1/2}$ peut être obtenue par simple moyenne entre w_i^k et w_i^{k+1} selon

$$w_i^{k+1/2} = \frac{w_i^{k+1} + w_i^k}{2} \quad (\text{VI-47})$$

Cette dérivation (VI-46) qui est une forme intermédiaire entre la formule implicite et la formule explicite donne une meilleure approximation que chacune de ces deux formes. Pour cette équation un calcul de l'estimation de l'erreur (REMSON et al, 1971) montre que l'approximation est de l'ordre de $O[(\Delta t)^2 + (\Delta z)^2]$

Cette forme d'écriture conduit également à un système linéaire tridagonal, facilement résoluble.

VI.2.1.2. Stabilité et convergence

Une quelconque approximation w_i^k n'est acceptable que si elle approche de manière satisfaisante la solution exacte $f(i \Delta z, k \Delta t)$. La qualité de cette approximation doit être considérée de deux manières.

La première approche de ce problème consiste à considérer un point fixé ($i \Delta z, k \Delta t$) et à examiner la différence entre la solution approchée w_i^k et la

solution exacte $f(i \Delta z, k \Delta t)$ lorsque les incréments Δz et Δt deviennent très petits.

Cette différence (erreur) doit tendre vers zéro lorsque les incréments Δz et Δt tendent simultanément vers zéro. On dira que la méthode des différences finies converge lorsque cette condition est satisfaite. On notera que cette condition est réalisée pour des incréments petits, mais finis. En effet il est impossible, pratiquement, de descendre au-dessous de certaines valeurs de Δt et Δz car alors les erreurs dues à la précision du calculateur numérique doivent être prises en compte. Tout calculateur donne une valeur tronquée d'un réel (par exemple, 9 chiffres significatifs). Si les incréments Δt et Δz sont très petits, l'erreur systématique de troncature sur le dernier chiffre significatif devient importante car on additionne un grand nombre de fois cette erreur pour atteindre un temps fixé t ($t = k \Delta t$).

Le second aspect du problème est étudié en fixant les valeurs des incréments Δz et Δt et en examinant l'erreur d'approximation lorsque les calculs successifs évoluent vers $t \rightarrow \infty$. Cette erreur ne doit pas être amplifiée. La méthode des différences finies est dite stable lorsque la différence entre solution exacte et solution approchée est bornée.

La convergence et la stabilité de la méthode des différences finies peuvent être contrôlées par comparaison avec une solution analytique (lorsqu'elle existe). Si aucune solution analytique ne peut être trouvée (et c'est dans ce cas que la méthode des D.F. trouve son intérêt) on contrôle dans la limite du possible :

- la convergence par bilan (de masse, de volume, d'énergie ...)
- la stabilité en vérifiant que n'apparaissent pas d'oscillations physiquement injustifiées de la solution approchée autour d'une valeur constante.

VI.2.1.3. Algorithme de THOMAS

L'écriture des D.F. sous forme implicite fait apparaître un système d'équations linéaires qui doit être résolu, soit :

$$[A] \{W\} = \{E\} \quad (\text{VI-48})$$

où $[A]$ est la matrice carrée $(n+1) \times (n+1)$ des coefficients, de forme tridiagonale.

$\{W\}$ est le vecteur des inconnues w_i^{k+1} ($i = 0, \dots, n$)
 $\{E\}$ est le vecteur des coefficients constants.

La matrice $[A]$ est décomposée selon :

$$[A] = [L] [U] \quad (\text{VI-49})$$

avec les formes particulières des matrices $[L]$ et $[U]$

$$\begin{bmatrix} b_0, d_0 & & & & 0 \\ a_1, b_1, d_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & a_{n-1}, b_{n-1}, d_{n-1} & & \\ 0 & & & a_n, b_n & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 & & & & 0 \\ a_1, \alpha_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & a_{n-1}, \alpha_{n-1} & & \\ 0 & & & a_n, \alpha_n & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1, \beta_0 & & & & 0 \\ & 1, \beta_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1, \beta_{n-1} & \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{VI-50})$$

Par identification il vient :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= b_0 \\ \alpha_i \beta_i &= d_i & \text{avec } i = 0, 1, \dots, n-1 \\ \alpha_i \beta_{i-1} + \alpha_i &= b_i & \text{avec } i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI-51})$$

soit encore

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= b_0 \\ \beta_i &= d_i / \alpha_i & i = 0, 1, \dots, n-1 \\ \alpha_i &= b_i - \alpha_i \beta_{i-1} & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI-52})$$

On résoud alors le système (VI-48) en faisant :

$$[L] \{Y\} = \{E\} \quad (\text{VI-53})$$

donc

$$\begin{aligned} y_0 &= e_0 / \alpha_0 \\ y_i &= \frac{e_i - \alpha_i y_{i-1}}{\alpha_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{VI-54})$$

puis

$$[U] \{W\} = \{Y\} \quad (\text{VI-55})$$

soit encore :

$$\left. \begin{aligned} W_n &= y_n \\ W_i &= y_i - \beta_i W_{i+1} \end{aligned} \right\} \quad i = n-1, n-2, \dots, 0 \quad (\text{VI-56})$$

Il est ainsi possible de résoudre le système linéaire avec un nombre limite d'opérations arithmétiques

VI.2.2 - Cas de l'équation de diffusion-convection à coefficients constants

Les processus physiques de transferts (de masse, de chaleur ...) sont souvent décrits mathématiquement par une équation de diffusion-convection avec éventuellement un terme de source (positif ou négatif) de la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - u \frac{\partial f}{\partial z} + S(f) \quad (\text{VI-57})$$

1 : variation de stock 2 : terme diffusif 3 : terme convectif 4 : terme de source

VI.2.2.1. Diffusion numérique

Par rapport à l'équation de diffusion traitée précédemment cette équation VI-57 fait intervenir une dérivée $\frac{\partial f}{\partial z}$ qui peut introduire une diffusion numérique non négligeable. Si le terme convectif est écrit en D.F. "arrière", l'approximation ainsi obtenue est d'ordre 1. D'après la décomposition en série de Taylor (relation VI-27) il est facile de calculer que le premier terme négligé est égal à $\frac{\Delta z}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$. Ce dernier, affecté du coefficient $-u$, peut être introduit comme terme correctif. Comme il s'agit d'une dérivée seconde par rapport à z , après mise en facteur, il apparaît un nouveau coefficient D^* du terme diffusif :

$$D^* = D - D_n \quad (\text{VI-58})$$

où D_n représente la "diffusion numérique" et

$$D_n = 1/2 \ u \ \Delta z \quad (\text{VI-59})$$

Si le terme convectif est décomposé en D.F. "avant", il vient simplement :

$$D_n = - 1/2 \ u \ \Delta z \quad (\text{VI-60})$$

L'importance de cette diffusion numérique est donnée par comparaison de la valeur absolue de D_n et de la valeur du coefficient D .

Il est possible de s'affranchir de cette diffusion numérique due au terme convectif en prenant une D.F. centrée de la dérivée $\frac{\partial f}{\partial z}$, ce qui sera fait systématiquement dans la suite de ce travail.

Dans le cas d'une approximation implicite (ou explicite) LANTZ (1971) et CHAUDARI (1971) ont exprimé la dérivée seconde $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ (premier terme négligé sur la variation de stock) en fonction de la dérivée seconde par rapport à z ($\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$). Ceci permet de prendre en compte le terme négligé sous forme de diffusion numérique, soit après calcul :

- pour une écriture implicite

$$D_n = 0.5 u^2 \Delta t \quad (\text{VI-61})$$

- pour une écriture explicite

$$D_n = - 0.5 u^2 \Delta t \quad (\text{VI-62})$$

Cette diffusion numérique due à l'écriture explicite ou implicite peut également être négligée en prenant une discrétisation du type CRANK-NICOLSON. Cette écriture sera adoptée lorsque les coefficients pourront être connus au temps moyen $k + 1/2$.

Aux considérations précédentes s'ajoutent le problème de la variation brutale, dans le temps, de la fonction f (imposée comme condition à la limite). On peut illustrer graphiquement ce problème à partir de l'essai suivant :

La condition initiale correspond à une valeur nulle de f pour tout z et la condition à la limite supérieure représente une variation brutale de $f = 0$ à $f_0 = \text{constante}$ au temps $t \geq 0$, la répartition spatiale de la fonction f à l'instant $t = 0$ est donnée figure (VI-2-a).

Dans l'équation (VI-57), si on se limite aux termes 1 et 3, la répartition spatiale à l'instant $t_1 > 0$ de la fonction f sera représentée par la courbe pointillée de la figure (VI-2-b). Ce profil est représentatif d'un transfert "piston" dont la vitesse instantanée de propagation au point z est u .

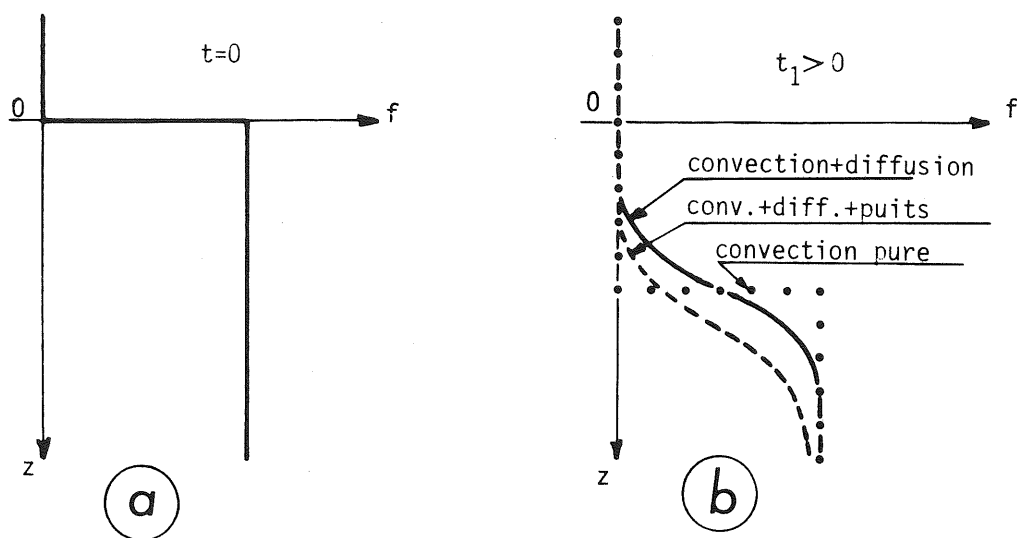


Figure IV-2

Si aux termes 1 et 3 de l'équation (VI-57) on rajoute le terme 2, représentatif d'un effet diffusif on obtient au temps t_1 la courbe en trait continu de la figure (VI-2-b). Il y a étalement de la courbe autour de la position moyenne donnée par la convection pure.

Enfin si on considère l'équation (VI-57) complète (termes 1, 2, 3 et 4) la courbe $f(z)$ à l'instant t_1 est décalée par rapport à la position moyenne convective :

- vers les z positifs si $S(f)$ est positif (source)
- vers les z négatifs si $S(f)$ est négatif (puits)

Le cas d'un effet de source est représenté par la courbe en trait discontinu de la figure (VI-2-b).

Les remarques qui précèdent sont importantes car les méthodes de calcul numérique basées sur la discrétisation d'espace et de temps ont de grandes difficultés à reproduire les phénomènes où la convection est prédominante (courbe

proche de la courbe pointillée de la figure VI-2-b).

En effet, on peut voir figure VI-3-a que l'approximation de la solution réelle (trait discontinu) par la solution discrétisée (trait continu entre les points) est mauvaise dans le cas où la convection est prépondérante.

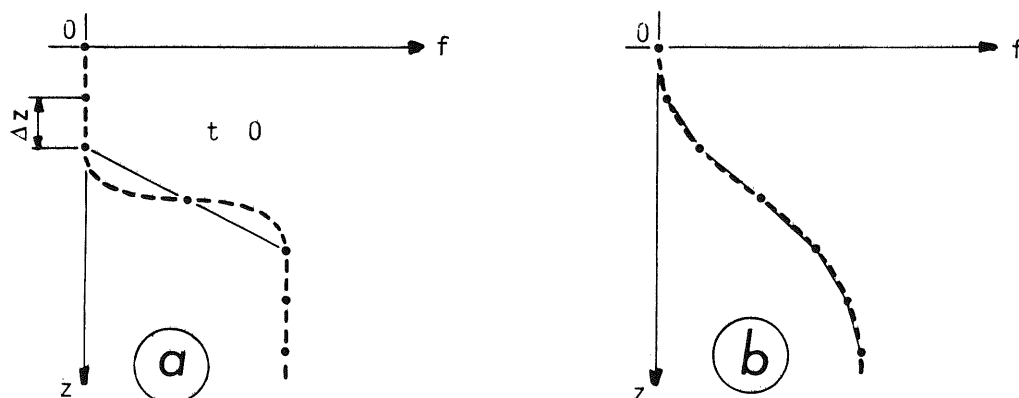


Figure VI-3

Par contre, la même discrétisation pour une même vitesse convective donne une bien meilleure approximation lorsque la diffusion est importante (figure VI-3-b).

On constate dès lors qu'un paramètre devient très important dans l'intégration numérique de l'équation (VI-42). Il s'agit du nombre de BRENNER adimensionnel

$$Br = \frac{u \cdot z}{D} \quad (VI-63)$$

Un nombre de BRENNER élevé, significatif d'une faible diffusion, indiquera donc que des précautions devront être prises pour la discrétisation de l'espace et du temps. En effet dans ce cas un maillage trop grand conduit à une très mauvaise approximation de la solution réelle ; ce qui se traduit par :

- l'apparition de perturbations (instabilités)
- la solution numérique diverge de la solution réelle.

VI.2.2.2. Discrétisation utilisée

Soit le cas simple de l'équation de diffusion-convection sans terme de source, appliquée au transfert de soluté :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u \frac{\partial C}{\partial z} \quad (\text{VI-64})$$

Cette équation assortie de la condition initiale :

$$C(z, 0) = 0 \quad (\text{VI-65})$$

et des conditions aux limites :

$$\left. \begin{aligned} u C_0 &= \lim_{z \rightarrow 0^+} \left(u C - D \frac{\partial C}{\partial z} \right) \\ \lim_{z \rightarrow L^+} \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI-66})$$

a été intégrée analytiquement par BRENNER (1962).

La solution obtenue est donnée sous forme asymptotique ou sous forme de sommation infinie, selon la valeur du nombre de BRENNER (pour $z = L$)

La discrétisation que nous avons utilisée est :

$$\frac{C_i^{k+1} - C_i^k}{\Delta t} = D \frac{C_{i+1}^{k+1/2} - 2C_i^{k+1/2} + C_{i-1}^{k+1/2}}{(\Delta z)^2} - \frac{C_{i+1}^{k+1/2} - C_{i-1}^{k+1/2}}{2\Delta z} u \quad (\text{VI-67})$$

$$\text{avec} \quad C_i^{k+1/2} = (C_i^{k+1} + C_i^k) / 2 \quad (\text{VI-68})$$

Les conditions aux limites sont écrites (avec $z = (i-2) \Delta z$ et $L = (N-2) \Delta z$):

$$u C_2^{k+1} - D \frac{C_3^{k+1} - C_2^{k+1}}{\Delta z} = u C_0 \quad (\text{VI-69})$$

$$C_{N+1} = C_N \quad (\text{VI-70})$$

La convergence et la stabilité de cette discrétisation sont testées en comparant la solution obtenue numériquement avec la solution analytique de BRENNER pour différentes valeurs du paramètre B_r . Les résultats de cette comparaison sont montrés figure VI-4, où l'on a porté les concentrations relatives en fonction du volume de pore écoulé. Sur cette figure les points correspondent à la solution numérique et les traits continus correspondent à la solution analytique.

Dans la gamme des nombres de BRENNER explorée, qui couvre largement les valeurs physiques réellement rencontrées, la comparaison montre que la solution numérique utilisée est tout à fait adaptée au problème traité.

VI.2.2.3. Importance de l'écriture de la condition à la limite supérieure

De nombreux travaux ont été faits pour donner des solutions analytiques au problème de diffusion-convection exposé au paragraphe précédent, mais en utilisant une condition à la limite supérieure ($z = 0$) de concentration constante, c'est-à-dire :

$$C(0, t) = C_0 \quad (\text{VI-71})$$

Les résultats obtenus à partir de cette condition sont comparés aux résultats obtenus avec une condition de flux constant de masse de sel, déjà utilisé au paragraphe précédent, et que nous rappelons :

$$u C_0 = \lim_{z \rightarrow 0^+} \left(u C - D \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (\text{VI-72})$$

Les figures VI-5 a, b montrent que les résultats obtenus par résolution numérique pour de faibles nombres de BRENNER (4 et 8) sont très différents selon le choix de la condition à la limite supérieure.

Sur ces figures les courbes en traits continus sont relatives à la condition de flux constant et les points correspondent à la condition de concentration constante.

Les figures VI-5 c et d indiquent par contre que pour de grands nombres de BRENNER (80 et 160 dans les cas traités) les résultats dus à chacune des conditions sont presque identiques.

Pour les nombres de BRENNER de l'ordre de 10, couramment rencontrés dans les problèmes physiques que nous traitons, il y a donc lieu de choisir la condition à la limite supérieure se rapprochant le plus des conditions physiquement imposées. Les conditions d'essais sont telles qu'à la limite supérieure, un flux

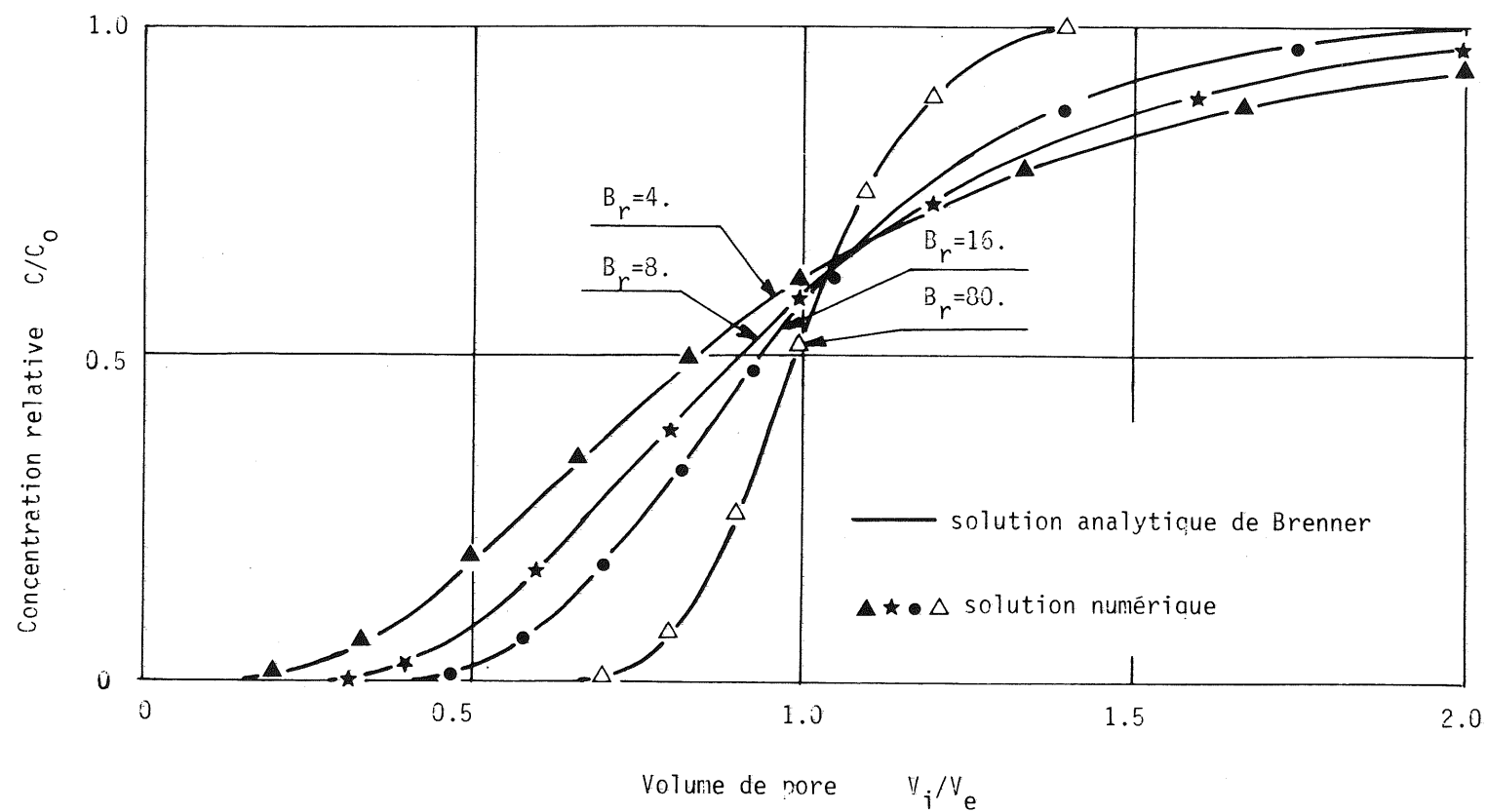
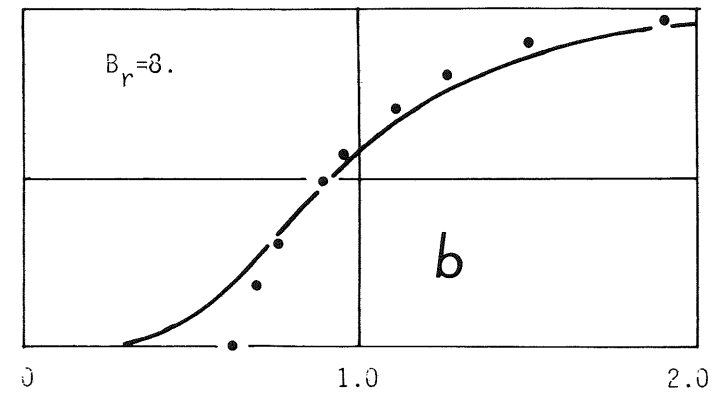
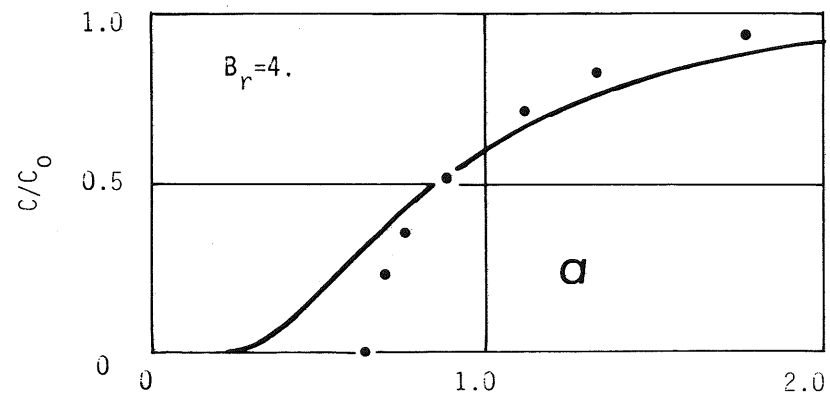


Figure VI-4 - Comparaison entre solution numérique et solution analytique



• condition de concentration
— condition de flux

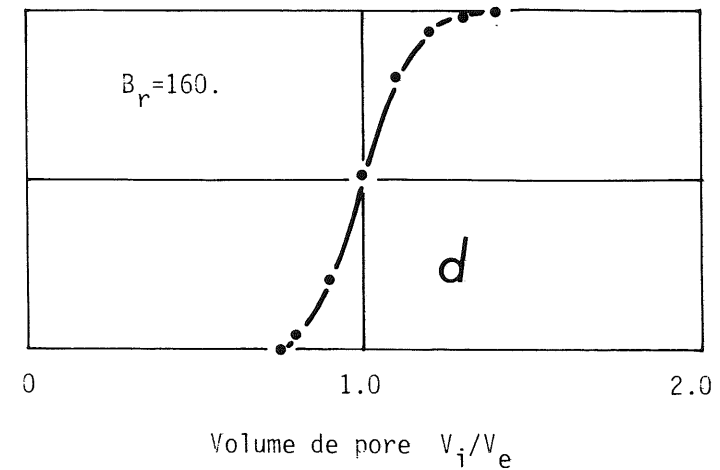
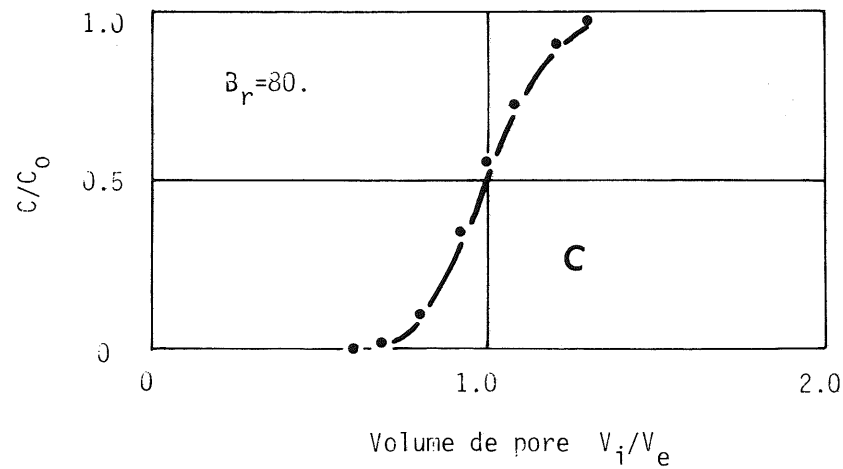


Figure VI-5 - Influence de la condition à la limite supérieure pour différents nombres de Brenner

massique de soluté est imposé. Par conséquent la relation VI-72 a été retenue.

Avec le choix de cette condition, se pose le problème de son écriture en différences finies. Si l'on écrit la condition (VI-72) avec une D.F. centrée de la dérivée $\frac{\partial C}{\partial z}$ on obtient (avec $z = (i-2) \Delta z$) :

$$u C_2^{k+1} - D \frac{C_3^{k+1} - C_0}{2 \Delta z} = u C_0 \quad (\text{VI-73})$$

Cette approximation d'ordre 2 en Δz est difficilement utilisable car la matrice des coefficients $[A]$ n'est pas toujours diagonalement dominante (une matrice est dite diagonalement dominante si la valeur absolue du terme de la diagonale principale est supérieure à la somme des valeurs absolues des termes portés par la même ligne). Dans ce cas, la solution calculée est instable. Les critères rendant la matrice diagonalement dominante sont très sévères (relation entre Δz et Δt) dans le cas de l'écriture en différence centrée (relation VI-73).

Par contre, un choix de D.F. avant du terme $\frac{\partial C}{\partial z}$ de la relation (VI-72) tel que celui donné par la relation (VI-69) ne pose pas de problème, la matrice des coefficients $[A]$ étant alors diagonalement dominante. C'est donc ce dernier choix qui a été retenu.

VI.2.3 - Equations de diffusion-convection à coefficients non-constants

Pour la résolution numérique de telles équations, en plus des problèmes évoqués précédemment, on doit prendre en compte la variation dans le temps et l'espace des coefficients. Le nombre de Brenner, par exemple, n'est plus constant et varie dans l'espace et dans le temps. Il est alors difficile de dégager des critères de stabilités et de convergence, et l'on doit procéder à des essais successifs pour déterminer les pas d'espace (Δz) et de temps (Δt).

Chaque problème traité est un cas particulier selon le type de variation des coefficients et selon la manière dont on les calcule.

Soit par exemple l'équation :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D(z,t) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u(z,t) \frac{\partial C}{\partial z} \quad (\text{VI-74})$$

Cette relation est discrétisée, par exemple en D.F. implicite selon :

$$\frac{C_i^{k+1} - C_i^k}{\Delta t} = D_i^{k+1} \frac{C_{i+1}^{k+1} - 2C_i^{k+1} + C_{i-1}^{k+1}}{(\Delta z)^2} - u_i^{k+1} \frac{C_{i+1}^{k+1} - C_{i-1}^{k+1}}{2 \Delta z} \quad (\text{VI-75})$$

où les coefficients $D(z,t)$ et $u(z,t)$ sont calculés à chaque noeud de calcul, au temps $(k+1) \Delta t$. Ceci revient à linéariser l'équation (VI-74) à chaque pas de temps et à résoudre le système linéaire ainsi obtenu (différent à chaque pas de temps) comme pour le cas où les coefficients sont constants.

On doit cependant noter que le calcul des coefficients $D(z,t)$ et $u(z,t)$ au temps $(k+1) \Delta t$ n'est pas toujours possible, en particulier lorsque D et u dépendent de la solution $C(z,t)$ au temps $(k+1) \Delta t$. On doit alors utiliser les coefficients calculés au temps $k \Delta t$, ce qui donne une discrétisation implicite pour la fonction inconnue C et explicite pour les coefficients D et u . Ce cas sera effectivement rencontré lors de la résolution du problème hydrodynamique.

Il est impossible de traiter ici tous les problèmes soulevés par la résolution de l'équation de diffusion convection à coefficients non-constants. Un aperçu de ces problèmes est donné par l'exemple physique que nous traitons : le transfert couplé eau-soluté en régime d'écoulement d'eau transitoire dans un sol non-saturé.

VI.3 - DISCRETISATION ET RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS DECRIVANT LE TRANSFERT COUPLE EAU SOLUTE

Dans chacun des deux problèmes traités (hydrodynamique et transfert de soluté), il est nécessaire de résoudre une équation de diffusion-convection avec terme de source (positif ou négatif), à coefficients non-constants.

La principale difficulté de notre étude réside dans le fait que les nombres de Brenner relatifs à chaque problème sont différents.

Pour l'écoulement de l'eau le nombre de Brenner est donné par :

$$B_h = \frac{\frac{\partial K}{\partial z} \cdot z}{K} \quad (\text{VI-76})$$

De la relation (VI-76) il ressort que le terme $\frac{\partial K}{\partial z}$ a une importance considérable puisqu'il indique l'importance de la convection par rapport à la

diffusion. Ainsi pour une infiltration d'eau dans un sol initialement drainé, le gradient $\frac{\partial K}{\partial z}$ est très grand au début de l'infiltration. La qualité de l'estimation de $\frac{\partial K}{\partial z}$ (discrétisation de ce terme) prend alors une importance considérable (HAVERKAMP et al., 1977). Lorsque l'eau a pénétré suffisamment dans le sol, les gradients $\frac{\partial K}{\partial z}$ deviennent faibles et l'approximation de ce terme perd de son importance.

Pour le transfert de soluté le nombre de Brenner s'exprime :

$$B_c = \frac{\left(\frac{\partial \theta_m D_m}{\partial z} - q \right) z}{D_m \theta_m} \quad (\text{VI-77})$$

Lors d'écoulements couplés eau-soluté le rapport B_c/B_h peut atteindre des valeurs de l'ordre de la centaine.

Le problème du transfert de soluté est donc le plus difficile à résoudre et de ce fait il imposera le choix des pas de temps Δt et d'espace Δz . Ce choix qui règle la stabilité et la convergence du schéma numérique est fait empiriquement après divers essais.

Les instabilités sont repérées par l'examen des profils de teneur en eau et de concentration. La convergence du schéma numérique est contrôlée par bilan de masse. Pour cela on compare en permanence les masses d'eau et de soluté injectées dans le sol et les masses d'eau et de soluté déterminées à partir des profils calculés.

Dans les premiers pas de temps, les bilans de masse sont assez défectueux, ceci étant dû à :

- la sévérité des conditions aux limites imposées (condition d'échelon de pression et de concentration)
- la difficulté de reproduire des très brusques variations de h ou c à l'aide d'un schéma numérique basé sur la discrétisation du temps et de l'espace.

Après quelques dizaines de pas de temps, les bilans de masse deviennent très satisfaisants (meilleurs que le pour cent pour les deux problèmes).

Lorsque les bilans de masse sont satisfaisants et qu'ils le demeurent

pour des temps très longs, on estime que la convergence est assurée.

Toutes les remarques précédemment développées ont conduit à la discrétisation des équations développée ci-après.

VI.3.1 - Ecoulement de l'eau

L'équation de l'écoulement de l'eau (VI-3) est discrétisée selon ($i=3, \dots, N-1$) :

$$C_a^k \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} = K_i^k \frac{h_{i+1}^{k+1} - 2h_i^{k+1} + h_{i-1}^{k+1}}{(\Delta z)^2} + \frac{K_{i+1}^k - K_{i-1}^k}{2\Delta z} \cdot \frac{h_{i+1}^{k+1} - h_{i-1}^{k+1}}{2\Delta z} - \frac{K_{i+1}^k - K_{i-1}^k}{2\Delta z} \quad (\text{VI-78})$$

les valeurs Ca_i^k et K_i^k sont telles que :

$$\left. \begin{aligned} Ca_i^k &= Ca(h_i^k) \\ K_i^k &= K_i^k(h_i^k) \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI-79})$$

L'écriture en D.F., selon la relation VI-78, fait intervenir :

- une approximation $O(\Delta z)^2$ pour l'espace
- une approximation $O(\Delta t)$ pour le temps
- une forme explicite des coefficients Ca et K
- une forme implicite de la fonction inconnue h .

La condition initiale est donnée sous la forme :

$$h_i^0 = h_{ini} \quad (\text{VI-80})$$

ou sous la forme

$$h_i^0 = h(\theta_{ini}) \quad (\text{VI-81})$$

selon que l'on a choisi un profil initial correspondant à une pression ou à une teneur en eau constante.

La condition à la limite supérieure décrivant un flux d'eau constant à travers la section $z = 0$ (relation VI-11) s'écrit :

$$\frac{h_3^{k+1} - h_1^{k+1}}{2 \Delta z} = 1 - \frac{q_0}{K_2^k} \quad (\text{VI-82})$$

La condition à la limite inférieure traduisant que l'eau n'est pas encore parvenue en ce point ($z = (N-2) \Delta z$) s'écrit:

$$h_N^{k+1} = h_N^0 \quad (\text{VI-83})$$

L'écriture de cette condition sous cette forme présente l'avantage de réduire le domaine de calcul à la seule zone du sol où la teneur en eau (ou la pression) varie au cours du temps. Ce domaine sera augmenté au fur et à mesure que le front d'eau pénètre dans le sol. On limite ainsi considérablement les temps de calcul.

La solution h_i^{k+1} , pour chaque i compris entre 2 et N au temps $t = (k+1) \Delta t$, est obtenue en résolvant le système d'équations linéaires fourni par les relations (VI-78), (VI-79), (VI-80) ou (VI-81), (VI-82) et (VI-83). On obtient dans ce cas une matrice des coefficients tridiagonale qui est résolue par l'algorithme de Thomas.

Connaissant cette solution, on peut calculer au temps $(k+1) \Delta t$, les quantités θ et q qui seront utilisées pour la résolution du problème dispersif selon :

$$\theta_i^{k+1} = \theta(h_i^{k+1}) \quad (\text{VI-84})$$

et

$$q_i^{k+1} = K(h_i^{k+1}) \left[\frac{h_{i+1}^{k+1} - h_{i-1}^{k+1}}{2 \Delta z} - 1 \right] \quad (\text{VI-85})$$

A ce niveau du calcul, le problème hydrodynamique est résolu, et les éléments nécessaires à la résolution du problème dispersif sont connus.

VI.3.2 - Transfert du soluté

L'équation (VI-16) est discrétisée selon :

$$\begin{aligned}
\theta M_i^{k+1/2} \frac{CM_i^{k+1} - CM_i^k}{\Delta t} &= \left(\frac{\theta IM_i^{k+1} - \theta IM_i^k}{\Delta t} - \alpha \right) (CM_i^{k+1/2} - CIM_i^k) + \dots \\
\dots \frac{DM_{i+1}^{k+1/2} \theta M_{i+1}^{k+1/2} - DM_{i-1}^{k+1/2} \theta M_{i-1}^{k+1/2}}{2 \Delta z} &\frac{CM_{i+1}^{k+1/2} - CM_{i-1}^{k+1/2}}{2 \Delta z} + DM_i^{k+1/2} \theta M_i^{k+1/2} \times \dots \\
\dots \frac{CM_{i+1}^{k+1/2} - 2CM_i^{k+1/2} + CM_{i-1}^{k+1/2}}{(\Delta z)^2} &- q_i^{k+1/2} \frac{CM_{i+1}^{k+1/2} - CM_{i-1}^{k+1/2}}{2 \Delta z} \quad (VI-86)
\end{aligned}$$

Dans la relation (VI-86) les indices m et im ont été remplacés par les lettres majuscules M et IM pour clarifier la lecture. L'indice supérieur k+1/2 indique le temps moyen pris entre les valeurs k.Δt et (k+1)Δt, selon :

$$C M_i^{k+1/2} = \frac{C M_i^{k+1} + C M_i^k}{2} \quad (VI-87)$$

Cette écriture conduit à une approximation : $O(\Delta t^2 + \Delta z^2)$

La relation décrivant l'échange entre fraction mobile et fraction immobile est écrite :

$$\theta IM_i^{k+1/2} \frac{CIM_i^{k+1} - CIM_i^k}{\Delta t} = \alpha \cdot (CM_i^{k+1/2} - CIM_i^{k+1/2}) \quad (VI-88)$$

La condition initiale correspondant au cas physique traité est écrite :

$$\left. \begin{aligned} C M_i^0 &= 0 \\ C I M_i^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (VI-89)$$

La condition à la limite supérieure exprime que le flux massique de soluté entrant est constant, soit :

$$q_0 CM_1^{k+1} = q_0 CM_2^{k+1} - DM_2^{k+1} \theta M_2^{k+1} \frac{CM_3^{k+1} - CM_2^{k+1}}{\Delta z} \quad (VI-90)$$

$$\text{avec : } \left. \begin{aligned} CM_1^{k+1} &= C_0 & \text{pour } 0 < t \leq t_c \\ CM_1^{k+1} &= 0 & \text{pour } t > t_c \end{aligned} \right\} \quad (VI-91)$$

La condition à la limite inférieure traduit que le soluté n'est pas encore parvenu à la section de sol considérée selon :

$$C M_N^{k+1} = 0 \quad (VI-92)$$

La solution $C M_i^{k+1}$ est obtenue en résolvant le système d'équations linéaires résultant des équations VI-86 , (VI-88), (VI-89), (VI-90), (VI-91) et (VI-92). La matrice des coefficients est également tridiagonale et est résolue par l'algorithme de THOMAS.

VI.3.3 - Caractéristiques essentielles du programme de calcul

Un organigramme sommaire de calcul est donné figure VI-6. Le programme de calcul est écrit en FORTRAN IV (niveau H), et comporte 470 instructions ; le listing correspondant est disponible sur demande. La mise au point du programme a été faite sur ordinateur I.B.M. 1130 et l'exploitation a été réalisée sur CII-IRIS 80. Pour 200 noeuds de calcul, la résolution complète du problème nécessite 90 K mots de capacité mémoire. Le temps de calcul moyen d'un essai type présenté au chapitre VII, est de 5 minutes sur CII-IRIS 80, pour un coût total (de la compilation à la sortie des résultats) de 30 F.

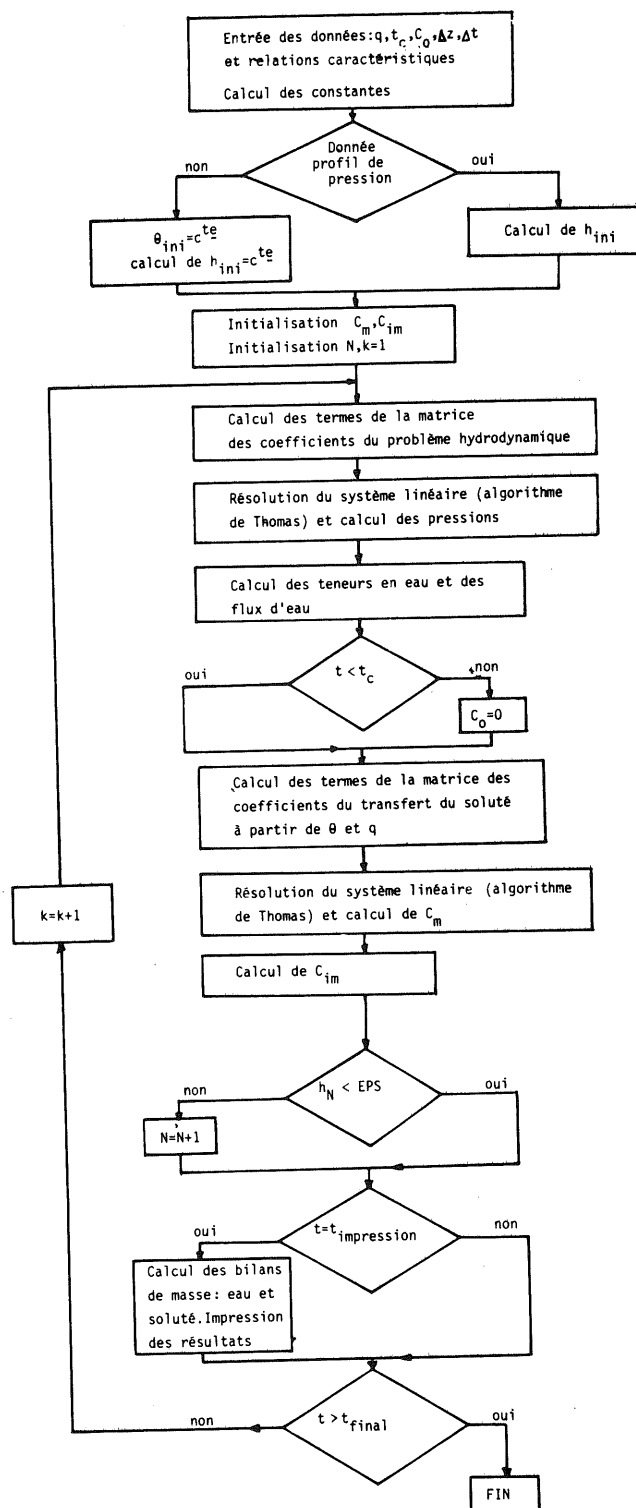


Figure VI-6 - Organigramme sommaire

CHAPITRE VII

RESULTATS OBTENUS PAR RESOLUTION NUMERIQUE DU MODELE MATHEMATIQUE

L'exploitation du modèle mathématique a été faite dans deux directions :

- en régime permanent d'écoulement d'eau, l'influence de variations spatiales et de stratifications du sol a été testée
- en régime d'infiltration d'eau (transitoire) l'étude de la sensibilité du modèle aux variations des relations caractéristiques a été ébauchée et les résultats obtenus par résolution numérique ont été comparés aux résultats expérimentaux (les paramètres ayant été déterminés indépendamment).

VII.1 - ECOULEMENT D'EAU PERMANENT

VII.1.1- Toute l'eau présente dans le sol s'écoule

Sous cette hypothèse, nous avons effectué des calculs à partir du système d'équations décrit au paragraphe VI.2.2.2, basé sur :

- l'équation de diffusion-convection à coefficient constant
- une condition initiale de concentration partout nulle
- une condition à la limite supérieure de flux constant de soluté pour $0 < t \leq t_c$ puis nul pour $t > t_c$
- une condition à la limite inférieure correspondant à une colonne de longueur finie.

Pour une même vitesse de DARCY q imposée et maintenue constante nous avons considéré six cas de figures pour la répartition des teneurs en eau dans une colonne de longueur constante L .

Pour chacune des distributions des teneurs en eau

- la teneur en eau moyenne sur toute la colonne est égale à $0.225 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ (même volume d'eau total)

- la vitesse de pore u est calculée en chaque point d'après sa définition :
 $u = q/\theta$
- le coefficient de dispersion D est calculé en chaque point selon

$$D = 0.1 u \quad (\text{cm}^2/\text{h}) \quad (\text{VII-1})$$

Les valeurs numériques communes à tous les essais sont $q = 3 \text{ cm/h}$, $L = 30 \text{ cm}$, $z = 0.2 \text{ cm}$ et $t = 0.006 \text{ h}$.

La figure VII-1 présente les profils de concentrations relatives obtenus dans les six cas à 1,2 h. A chaque cas correspond un schéma indiquant la répartition de teneur en eau choisie. Les profils à 1,20 h sont très différenciés selon le profil de teneur en eau choisi.

Les variations de concentrations relatives en fonction du temps à la sortie de la colonne sont portées figure VII-2. Toutes les configurations de teneur en eau donnent une même courbe. Il est bon de rappeler que ce résultat a été acquis avec les conditions :

- la teneur en eau moyenne sur la colonne est la même pour chaque cas,
- la loi choisie pour exprimer la variation de D en fonction de u est linéaire (relation VII-1).

Cette dernière relation a été utilisée dans les calculs car elle est fréquemment employée pour simuler le transfert de soluté dans les nappes.

Lorsque toute l'eau est supposée mobile, les résultats exposés figures VII-1 et VII-2 conduisent aux remarques suivantes :

- Un milieu homogène équivalent déterminé à partir de la connaissance du flux d'eau (permanent) et du volume d'eau total contenu dans le milieu poreux permet de reproduire globalement le transfert de soluté "in-situ", même si le milieu réel comporte des stratifications en série.
- Si la répartition spatiale des concentrations est un facteur important, on ne peut prétendre la caractériser par la seule analyse des courbes de restitution, sans la connaissance fine de la répartition des teneurs en eau.

Il est intéressant de contrôler si les résultats obtenus avec des hétérogénéités en séries sont extrapolables à des hétérogénéités en série et en parallèle.

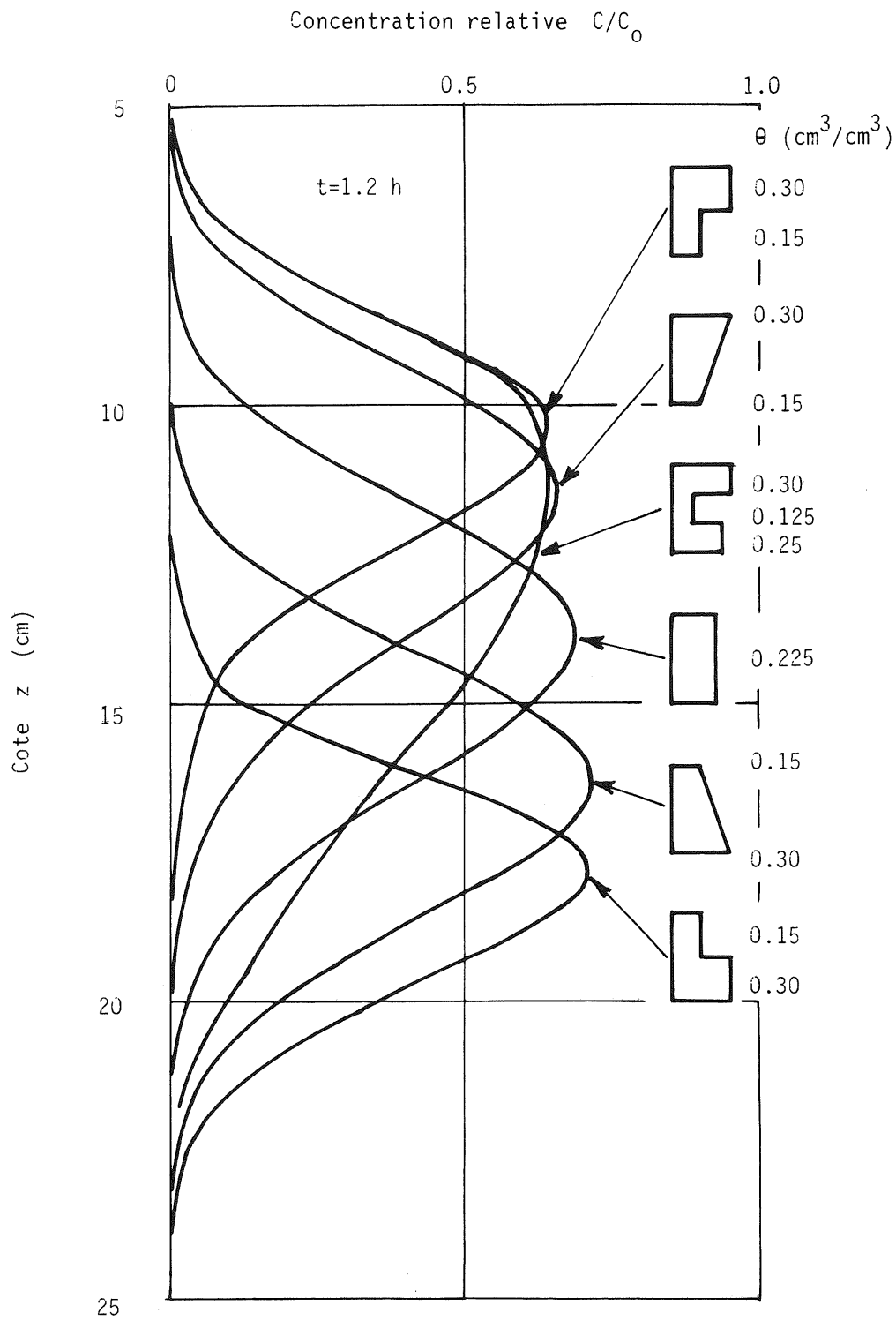


Figure VII-1 - Profils de concentrations à un même temps pour différents profils de teneurs en eau (toute l'eau est supposée mobile)

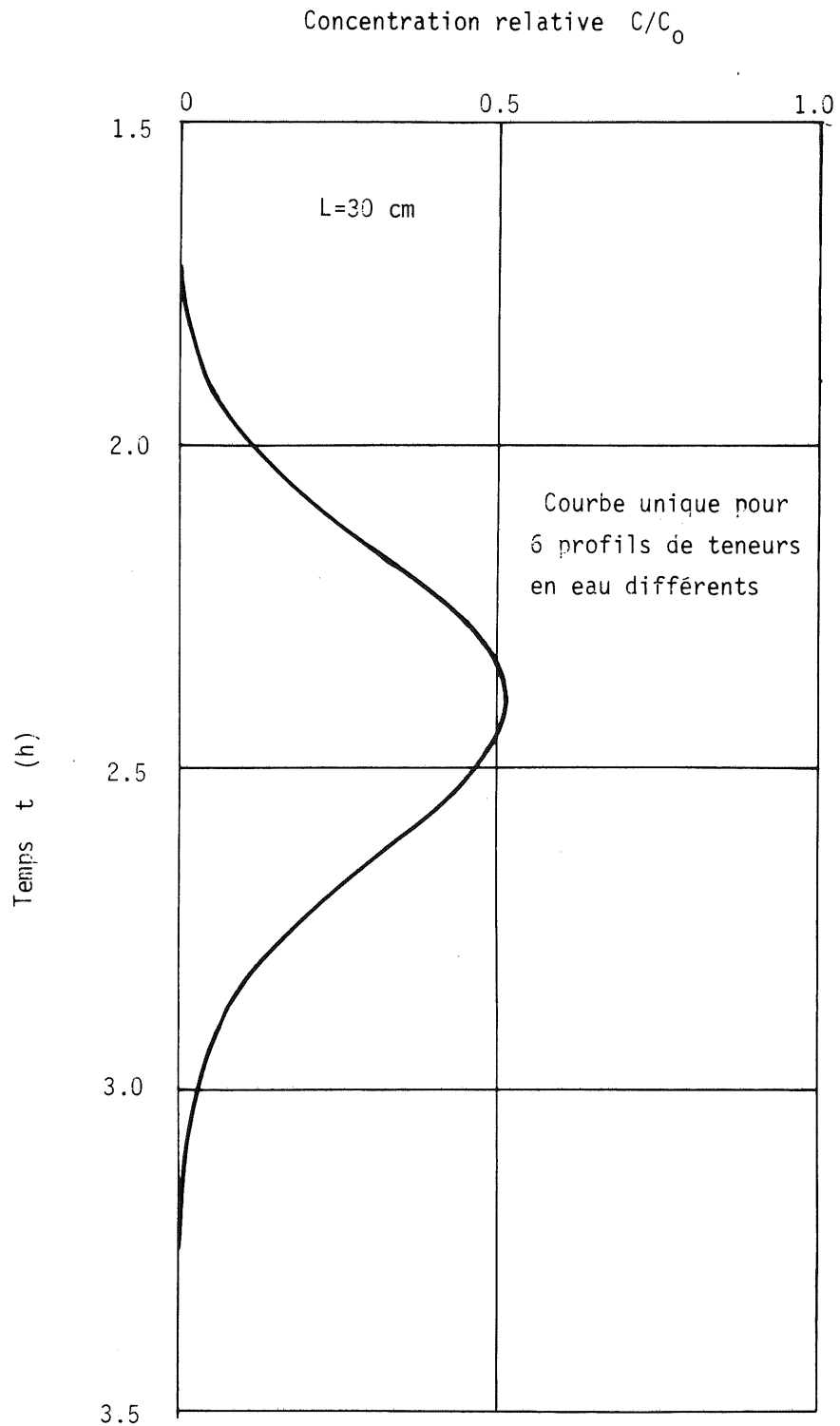


Figure VII-2 - Courbe de restitution pour différents profils de teneurs en eau (toute l'eau est supposée mobile)

VII.1.2- L'eau du sol est fractionnée en parties mobile et immobile

Un travail semblable au précédent a été fait en considérant :

- l'équation de diffusion-convection à coefficients constants étendue à deux fractions d'eau
- une relation d'échange de soluté entre eau mobile et eau stagnante
- une condition initiale de concentrations nulles dans les deux fractions d'eau
- une condition à la limite supérieure de flux constant de soluté dans la fraction mobile pour $0 < t \leq t_c$ et de flux nul pour $t > t_c$
- une condition à la limite inférieure correspondant à une colonne de longueur finie.

Pour chaque cas traité, ont été maintenus constants :

- la vitesse de Darcy, $q = 3 \text{ cm/h}$
- la longueur de la colonne $L = 30 \text{ cm}$
- la fraction d'eau mobile $f = \theta_m/\theta = 0,8$
- le coefficient d'échange $= 0.1 \text{ h}^{-1}$
- la teneur en eau moyenne sur toute la colonne $\theta = 0.225 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$

Les valeurs de θ_m , u et D sont calculées en chaque point :

$$\begin{aligned}\theta_m &= 0.8 \theta \\ u &= q/\theta_m \\ D_m &= 0.1 u\end{aligned}\tag{VII-2}$$

La résolution numérique du système d'équations a été faite selon la description faite au § VI.3.2, en gardant les coefficients constants.

Pour différentes configurations de teneur en eau, les profils de concentrations relatives à $t = 1,2 \text{ h}$ sont portés figure VII-3. Les concentrations relatives dans ce cas sont les concentrations moyennes pondérées :

$$C/C_o = \frac{C_m \theta_m + C_{im} \theta_{im}}{\theta C_o}\tag{VII-3}$$

Là encore les profils à $1,2 \text{ h}$ sont très différents selon la répartition spatiale des teneurs en eau.

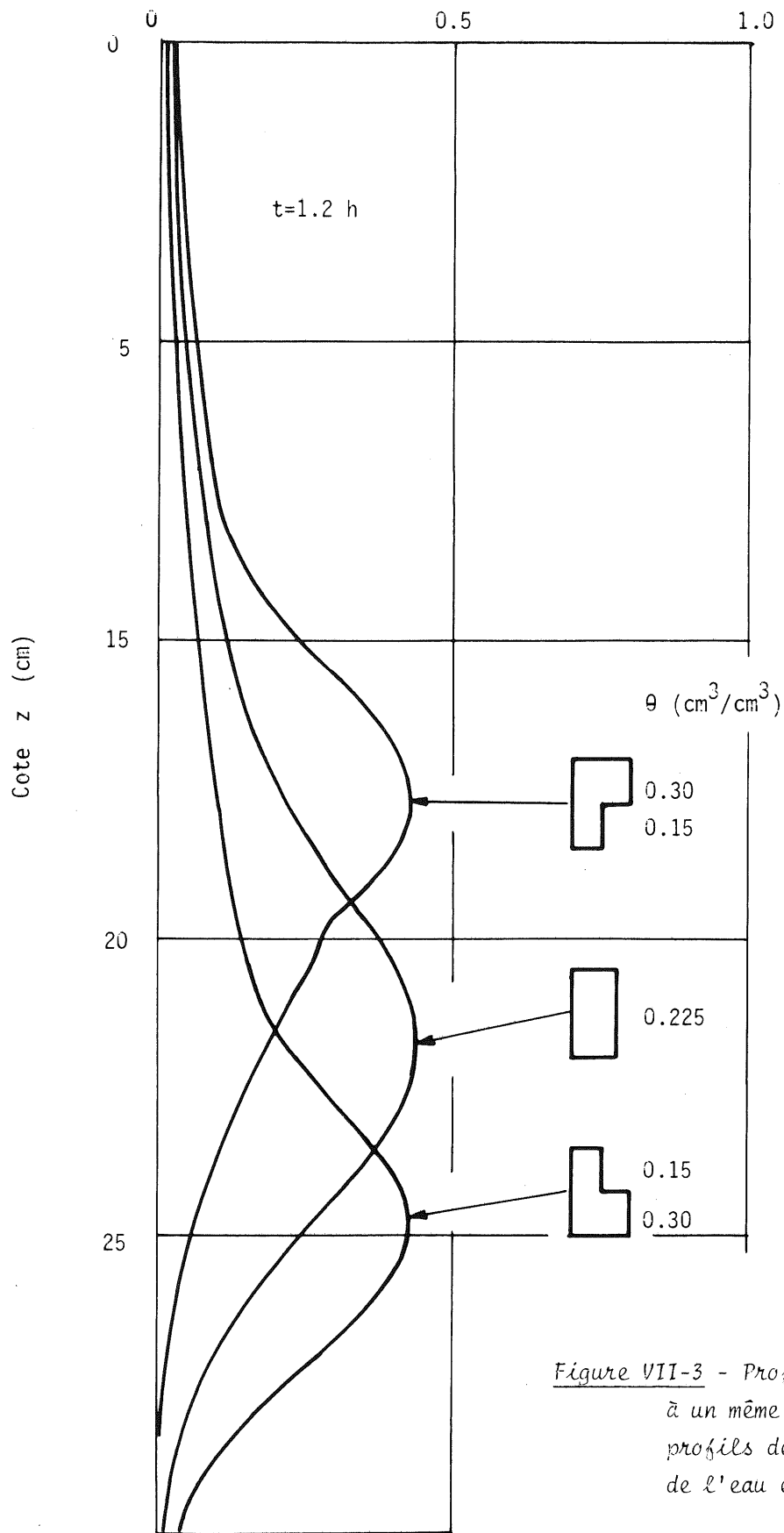


Figure VII-3 - Profils de concentrations
à un même temps pour différents
profils de teneurs en eau (20%
de l'eau est supposée immobile

La concentration dans la fraction mobile à la sortie de la colonne est identique pour les trois cas présentés (figure VII-4). Seule la concentration dans la fraction mobile a été prise en compte à la sortie de la colonne, car c'est la mesure qui est faite dans les expériences.

Les mêmes conclusions peuvent être tirées dans ce cas que dans le cas précédent, en notant toutefois que les résultats obtenus avec un fractionnement de l'eau font intervenir une fraction d'eau mobile constante en tout point du milieu poreux.

Ce résultat justifie l'approximation faite lors de la détermination des paramètres du problème de transfert de soluté en régime hydrodynamique permanent. Cette approximation consistait à négliger les variations locales de teneurs en eau entre la surface du sol et la section considérée.

VII.2 - ECOULEMENT D'EAU TRANSITOIRE

Avant de commencer la simulation des expériences, la sensibilité du modèle mathématique du transfert de soluté à la variation des paramètres a été testée pour une infiltration à débit constant d'eau salée dans un sol contenant initialement de l'eau pure (à teneur en eau constante).

VII.2.1- Sensibilité du modèle de transfert de soluté à la variation des paramètres, pour une infiltration d'eau

Les conditions d'essai sont les suivantes :

- Conditions initiales

$$\theta(z,0) = .100 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$$

$$C_m(z,0) = 0 \text{ g/l}$$

$$C_{im}(z,0) = 0 \text{ g/l}$$

- Conditions aux limites

$$q(0,t) = 13.69 \text{ cm/h}$$

$$C_o = \text{constante} = 1 \text{ g/l}$$

où C_o est la concentration en soluté de l'eau infiltrée

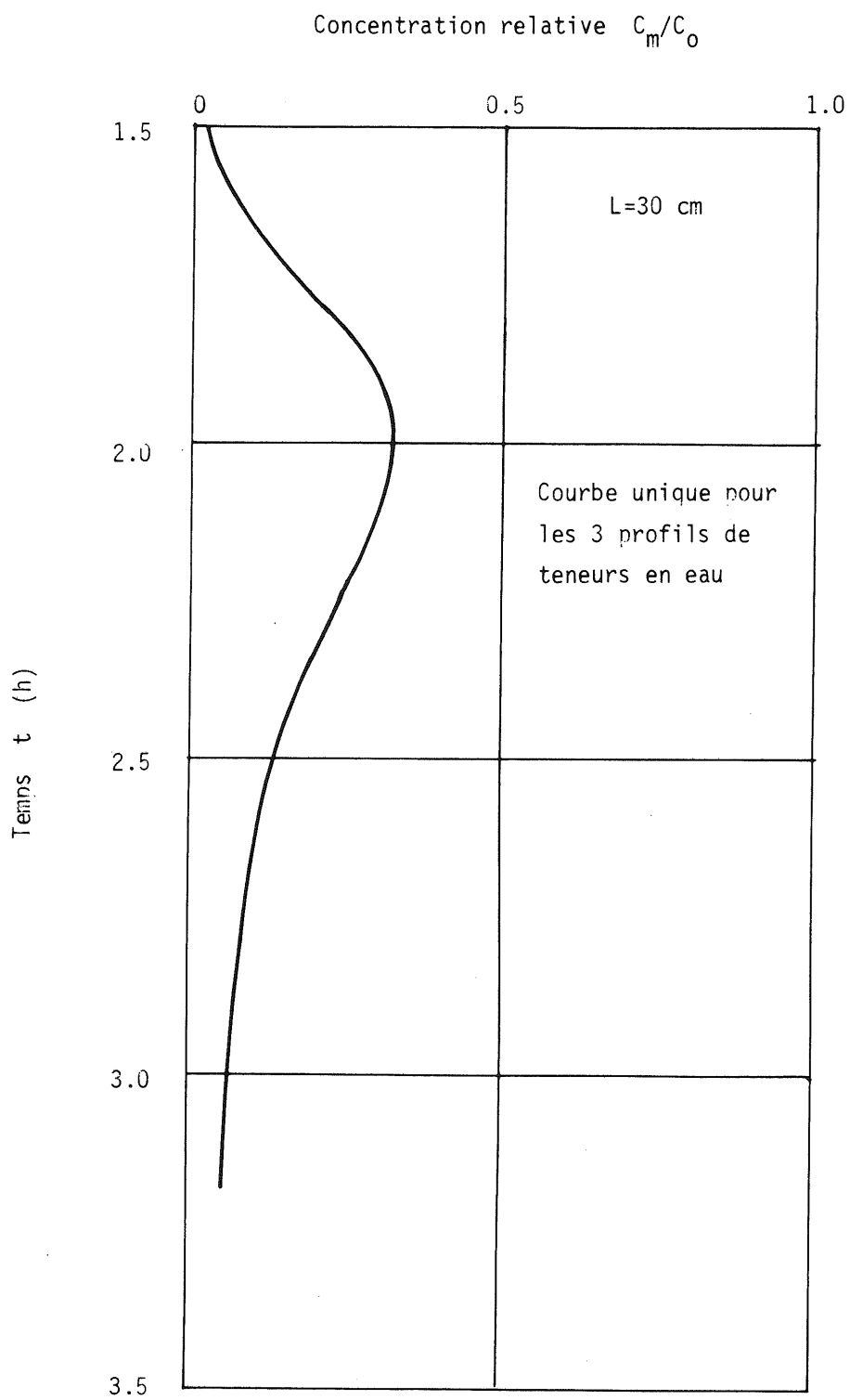


Figure VII-4 - Courbe de restitution pour différents profils de teneurs en eau (20% de l'eau est immobile)

$$q(\infty, t) = 0$$

$$C_m(\infty, t) = 0$$

Dans le cas du régime d'écoulement permanent d'eau, une étude systématique de la variation des paramètres a été faite. Compte tenu des résultats obtenus et de l'étude des relations caractéristiques $\theta_m(\theta)$, $D_m(\theta, q)$ et α , l'influence de la variation des paramètres en écoulement transitoire d'eau sera réduite à l'influence de la forme de ces relations.

Les valeurs moyennes des paramètres autour desquelles a été faite cette étude de sensibilité sont : loi non-linéaire (NL) pour $\theta_m(\theta)$ (figure V-12), loi V-25 pour $D_m(\theta, q)$ et valeur constante pour le coefficient d'échange ($\alpha = 0.066 \text{ h}^{-1}$).

VII.2.1.1. Influence de la relation $\theta_m(\theta)$

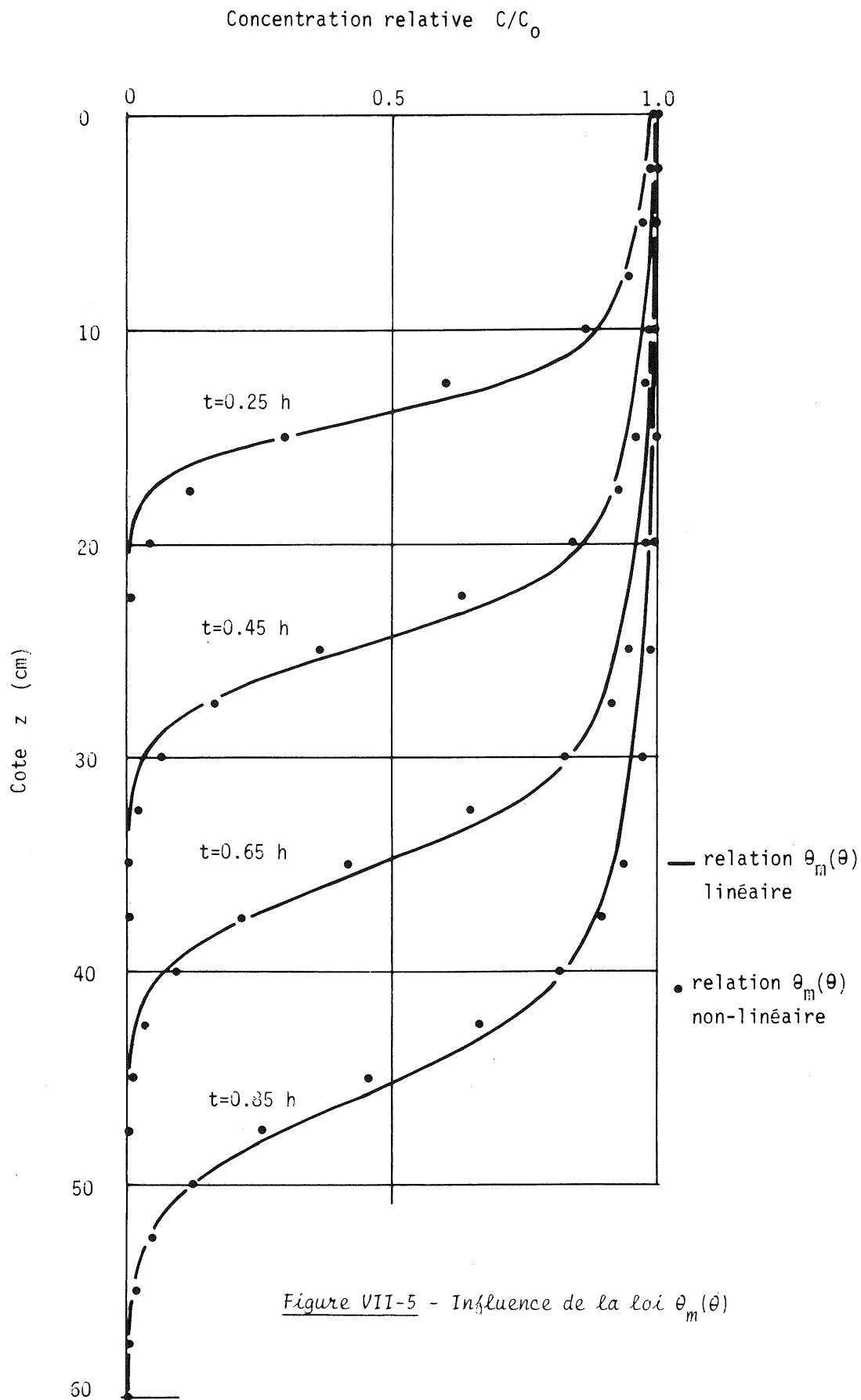
A partir des résultats obtenus par identifications des paramètres, deux relations ont été proposées (figure V-13). La sensibilité du modèle aux relations linéaire (L) et non-linéaire (NL) a été testée. La figure VII-5 présente des profils de concentrations relatives (C/C_0 en fonction de z) pour différents temps, et obtenus à l'aide :

- de la loi linéaire pour les traits continus
- de la loi non-linéaire pour les points.

Sur cette figure il apparaît que la différence entre les résultats dus à chacune des deux relations L et NL n'est pas négligeable pour les temps faibles (0,25 h). Cette différence s'estompe pour devenir très faible aux temps élevés (0,85 h).

Ce résultat est obtenu pour une infiltration, et ne saurait être étendu à d'autres types d'écoulements sans calculs supplémentaires. D'autre part, dans ce type de sol sableux, les deux relations L et NL (figure V-12) sont très proches l'une de l'autre, et il serait également abusif d'extrapoler ce résultat à des sols argileux.

Compte tenu du fait que seules des infiltrations sont traitées (et dans le même sol) la loi linéaire sera utilisée dans le modèle mathématique car elle présente l'énorme avantage de réduire les temps de calcul.



VII.2.1.2. Influence de la relation $D_m(\theta, q)$

Pour ce paramètre, deux relations ont été testées, à savoir (figure V-13) :

- la relation ajustée sur les points obtenus par optimisation des paramètres,
- la relation obtenue d'après les résultats de PFANNKUCH.

Deux profils de concentration relative, $C/C_o(z)$, sont présentés figure VII-6, où les traits continus correspondent à l'utilisation de la loi ajustée sur les points expérimentaux et les points correspondent à la loi obtenue d'après PFANNKUCH.

La différence entre les résultats dus aux deux lois est assez faible, bien que le rapport entre les coefficients D_m (pour une même vitesse réelle q/θ_m) soit de l'ordre de 4.

Pour ce type de sol, il semble donc que l'on peut se contenter de la relation obtenue à partir des résultats collectés par PFANNKUCH, sans recourir à l'ajustement des paramètres.

Néanmoins, dans les calculs qui suivent nous adopterons la loi obtenue par ajustement sur nos expériences, car le coefficient D_m étant plus grand, la stabilité du schéma numérique est plus facile à obtenir.

VII.2.1.3. Influence du paramètre α

La loi de variation du paramètre α en fonction des conditions d'écoulement étant réduite à une constante, il a été choisi de comparer les résultats obtenus avec :

- la valeur obtenue par ajustement ($\alpha = 0.066 \text{ h}^{-1}$)
- une valeur extrême, c'est-à-dire α nul.

Sur les deux profils $C/C_o(z)$ présentés figure VII-7, les traits pleins sont obtenus avec la valeur de α égale à 0.066 h^{-1} et les points correspondent à $\alpha = 0 \text{ h}^{-1}$.

De cette figure, il ressort que pour les faibles distances parcourues par le soluté dans le milieu poreux ($t = 0.25 \text{ h}$) l'influence de la valeur du paramètre α est faible. Par contre lorsque les temps de séjour du soluté augmentent, l'échange de soluté entre eau mobile et eau stagnante devient très sensible

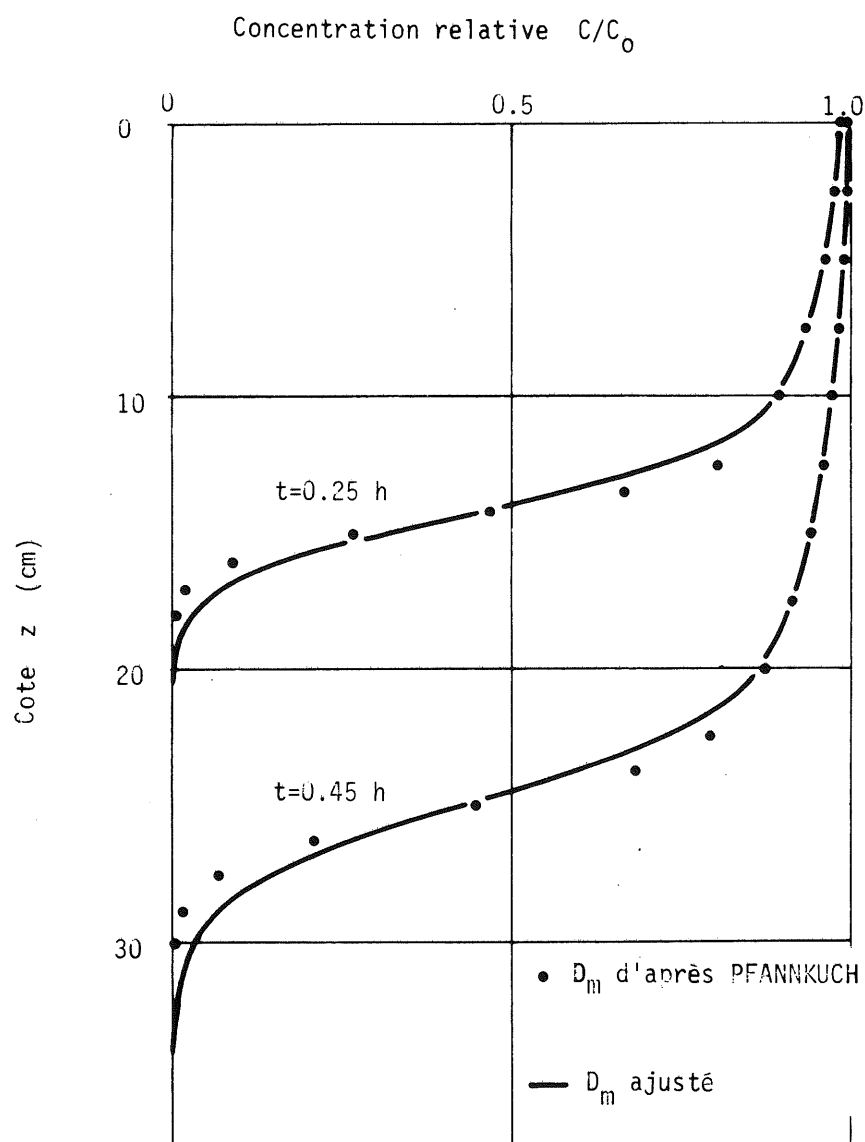


Figure VII-6 - Influence de D_m

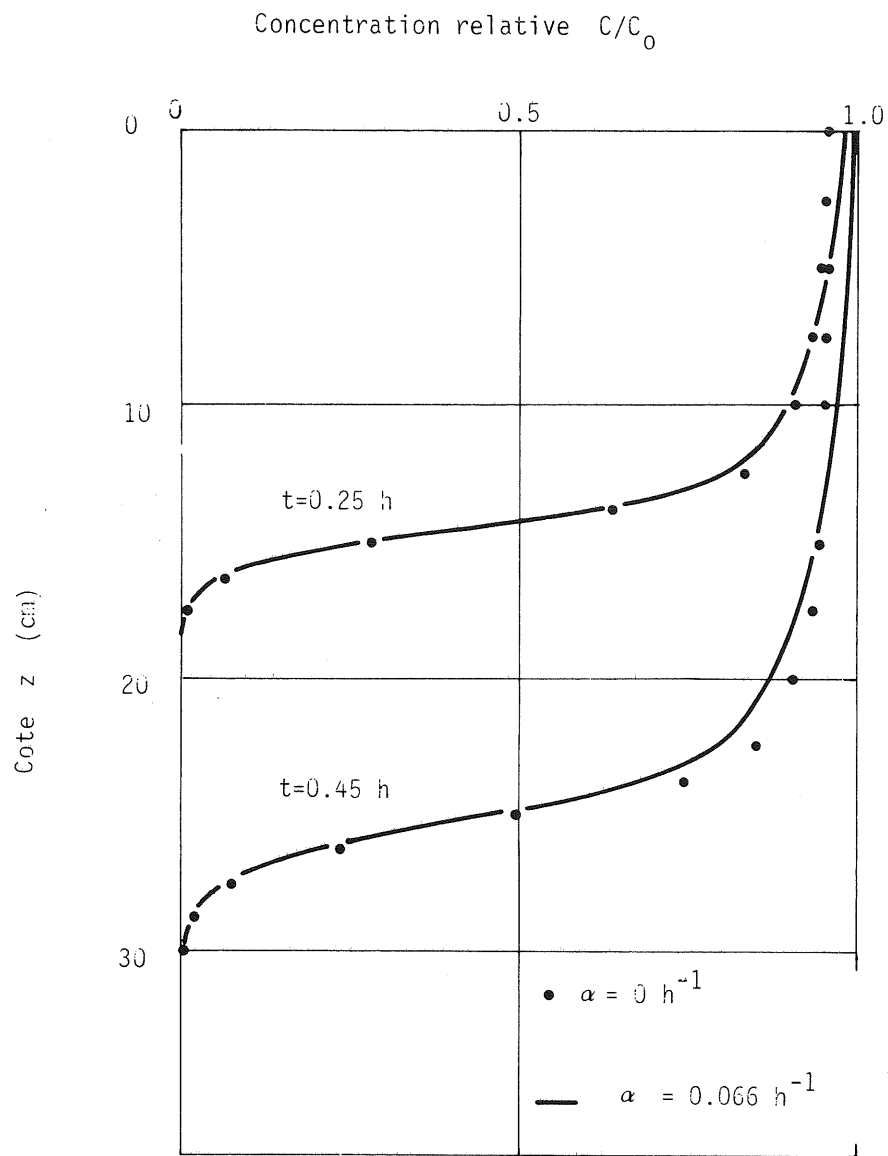


Figure VII-7 - Influence de α

derrière le front de salinisation, l'influence du paramètre α prend alors de l'importance.

De ce résultat il convient de noter que lors d'essais effectués sur de faibles distances (colonnes de 10 cm de longueur), on peut, de bonne foi, ignorer complètement l'importance (et même l'existence) de l'échange entre les fractions mobile et immobile de l'eau.

Si le soluté parcourt de grandes distances dans le milieu poreux, le paramètre α , représentatif de l'échange eau mobile - eau stagnante, devient important et l'on devra apporter du soin à la détermination de sa valeur numérique.

VII.2.2- Résultats obtenus par résolution numérique du modèle de transfert couplé eau-soluté

Trois cas réels différents ont été simulés à l'aide du modèle mathématique, à partir de la connaissance des lois de variation des paramètres. Dans chaque cas on compare les profils expérimentaux et calculés de teneurs en eau. On compare également les profils de concentration en soluté expérimentaux et calculés avec les deux modèles (fraction immobile ou eau entièrement mobile).

VII.2.2.1. Infiltration à flux constant d'eau salée ($q = 13,69$ cm/h)

Cet essai correspond à l'infiltration d'eau salée dans une colonne de sol sableux drainée et contenant initialement de l'eau pure.

Les conditions initiales sont :

- pour l'écoulement d'eau

$$\theta(z,0) = 0.100 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$$
- pour le transfert de soluté

$$C_m(z,0) = 0 \text{ g/l}$$

$$C_{im}(z,0) = 0 \text{ g/l}$$

Les conditions aux limites sont :

- pour l'écoulement d'eau

$$q(0, t) = 13.69 \text{ cm/h}$$

$$q(\infty, t) = 0 \text{ cm/h}$$

- pour le transfert de soluté

$$C_m(0^-, t) / C_o = 1$$

$$C_m(\infty, t) / C_o = 0$$

La figure VII-8 présente les profils de teneurs en eau et de concentrations relatives à différents temps. Les lignes discontinues correspondent aux résultats expérimentaux pour les teneurs en eau et les concentrations.

Les teneurs en eau calculées sont représentées par des lignes continues.

Les concentrations moyennes pondérées C/C_o (avec $C = \frac{C_m \theta_m + C_{im}\theta_{im}}{\theta}$) relatives au modèle prenant en compte une fraction d'eau immobile sont représentées par les lignes continues.

Les lignes pointillées correspondent aux concentrations calculées avec le modèle où l'on considère que toute l'eau est mobile.

La comparaison entre profils expérimentaux et calculés fait ressortir que :

- l'écoulement de l'eau est très correctement simulé
- le modèle prenant en compte une fraction d'eau immobile simule les résultats expérimentaux beaucoup plus finement que le modèle à un paramètre. Il est en particulier à noter que l'étalement et la forme des profils de concentration ne sont pas reproduits par ce dernier modèle.

VII.2.2.2. Infiltration à flux constant d'eau salée ($q = 8$ cm/h)

Ce second essai est identique au précédent, sauf en ce qui concerne la valeur du flux d'eau imposé à la surface du sol. Ceci se traduit par un écoulement plus lent, mais aussi par une teneur en eau maximale atteinte près de la surface plus faible que dans le cas précédent.

Pour les conditions initiales et aux limites, la seule différence par rapport au cas précédent sera donc pour l'écoulement d'eau :

$$q(0, t) = 8 \text{ cm/h}$$

La comparaison entre profils expérimentaux et calculés est portée figure VII-9 , où :

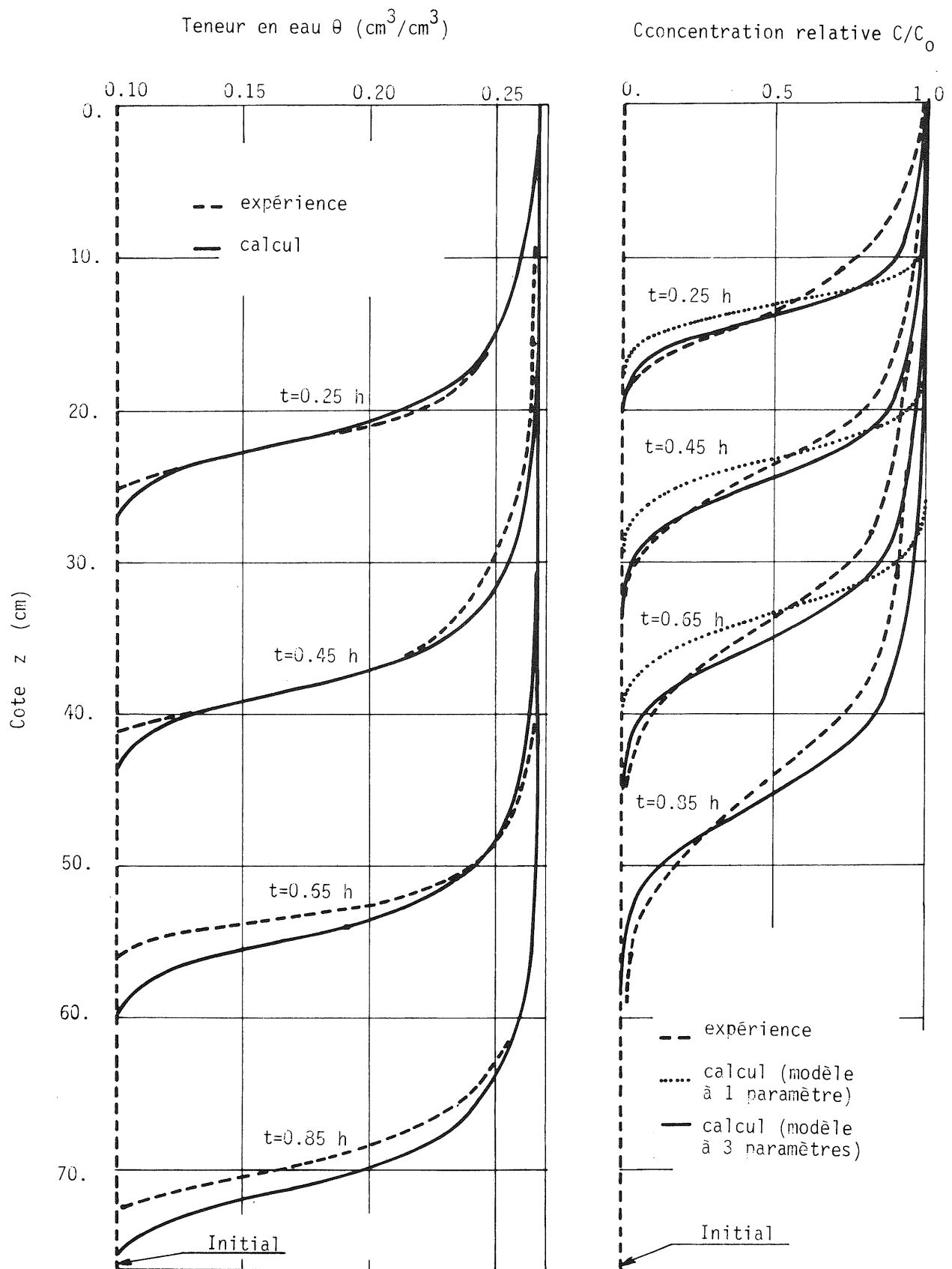


Figure VII-8

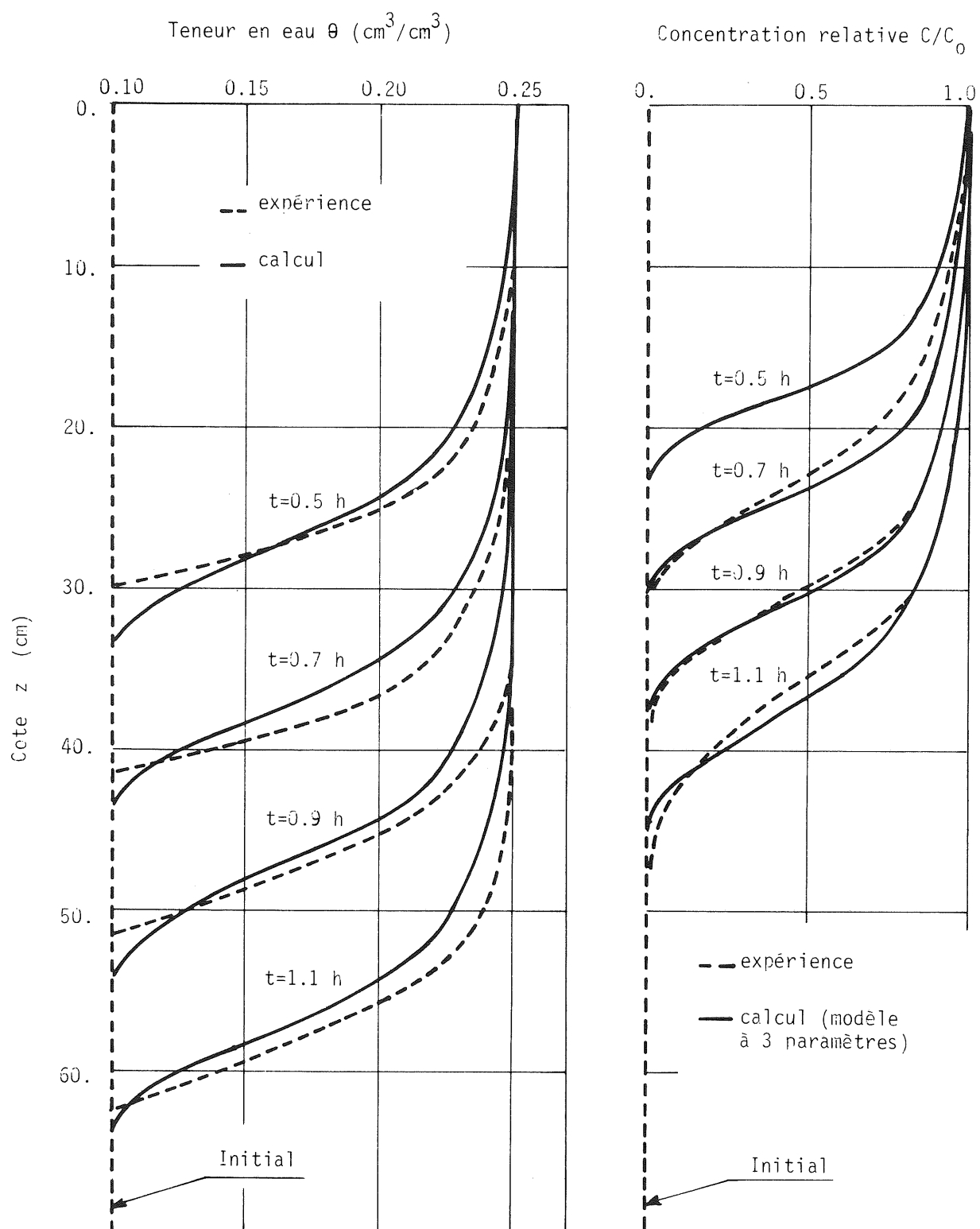


Figure VII-9

- les profils expérimentaux sont en traits discontinus
- les profils calculés sont en traits pleins (pour les concentrations seul le modèle eau mobile - eau stagnante est représenté).

Les profils de teneurs en eau sont là-encore simulés très correctement.

Pour les profils de concentrations, on notera que les temps de séjour du soluté (pour atteindre une profondeur donnée) sont plus importants que dans l'essai précédemment présenté. La concordance entre expérience et calcul est néanmoins remarquable.

VII.2.2.3. Infiltration à flux constant d'eau salée ($g = 8 \text{ cm/h}$) suivie d'une infiltration à flux constant d'eau pure ($g = 8 \text{ cm/h}$)

Dans un sol drainé et contenant de l'eau pure, on infiltre de l'eau salée à flux constant pendant un temps limité t_c . Cette infiltration est immédiatement suivie d'une infiltration à même flux constant d'eau pure.

Les conditions initiales et aux limites sont identiques à celle du cas précédent sauf pour la condition à la limite supérieure en concentration, soit :

$$\begin{aligned} \text{si } 0 < t \leq t_c & \quad C_m(0^-, t) / C_o = 1 \\ \text{si } t > t_c & \quad C_m(0^-, t) / C_o = 0 \end{aligned}$$

Les profils expérimentaux et calculés de teneurs en eau et de concentrations sont portés figure VII-10, avec les mêmes conventions graphiques qu'au § VII.2.2.1.

On notera encore la bonne concordance entre profils hydriques calculés et mesurés.

Le modèle eau mobile - eau stagnante représente assez bien le profil mesuré à 0,8 h. Par contre le modèle à un paramètre est en défaut à deux niveaux :

- la cote atteinte par le maximum du profil de concentration calculé est nettement en retard par rapport à celle du profil expérimental
- la longue queue de la courbe expérimentale (entre 0 et 15 cm) n'est pas du tout représentée.

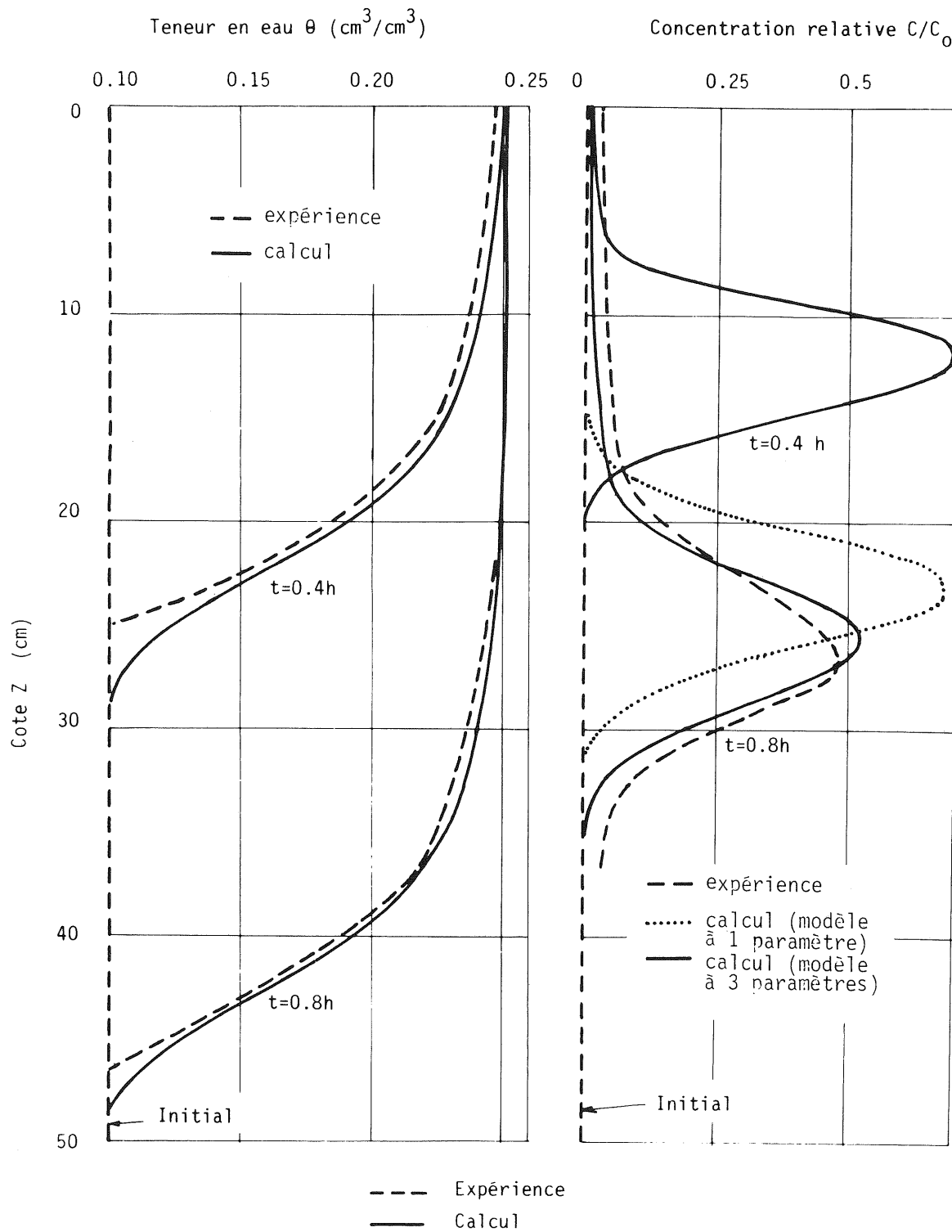


Figure VII-10

On pourra étaler dans l'espace la courbe calculée avec le modèle à un paramètre en augmentant la valeur du coefficient de dispersion et obtenir ainsi une même valeur du maximum que la valeur expérimentale. Mais dans ce cas les deux défauts cités précédemment demeureront.

Pour cet essai on a représenté figure VII-11 les profils de concentrations dans l'eau mobile (points), dans l'eau immobile (croix) ainsi que le profil de concentration pondérée au temps $t = 0,8$ h. Le résultat le plus remarquable est certainement que dans ce type de sol homogène la concentration de la fraction mobile est très proche de la concentration totale pondérée, en tous points du sol.

Dans les trois essais présentés le modèle du transfert couplé eau - soluté, en prenant en compte une fraction d'eau immobile, simule de manière satisfaisante les résultats expérimentaux. Il est à noter que ceci est obtenu en utilisant des paramètres (ou des lois de variation de paramètres) déterminés à partir d'expériences totalement différentes de celles qui sont simulées.

VII.2.3- Réactivation de l'eau du sol par l'eau d'infiltration

Une question se pose depuis longtemps aux physiciens du sol : que se passe-t-il au niveau du front d'humidité lors d'une infiltration dans un sol drainé ?

En effet, si l'eau initialement dans le sol est l'eau résiduelle (c'est-à-dire pratiquement immobile) on peut se demander comment l'eau d'infiltration s'écoule derrière le front d'humidité. Deux hypothèses ont été avancées.

On peut penser que toute l'eau qui s'infiltre est mobile derrière le front d'humidité, mais alors l'eau initiale doit être poussée à l'aval du front par effet piston. Pour vérifier cette hypothèse, on devrait mesurer des variations de pressions de l'eau du sol en aval du front d'humidité (transmission d'une onde de pression par effet piston), mais expérimentalement cela n'a pas pu être mis en évidence.

L'autre hypothèse consiste à considérer que l'eau d'infiltration s'écoule à côté de l'eau initialement en place dans le sol, sans mélange. Lorsque l'eau d'infiltration est salée, ceci devrait donc se traduire par l'apparition de sel dans le front d'humidité c'est-à-dire que le sel devrait atteindre la même profondeur que l'eau. Cette seconde hypothèse est également infirmée par les expériences.

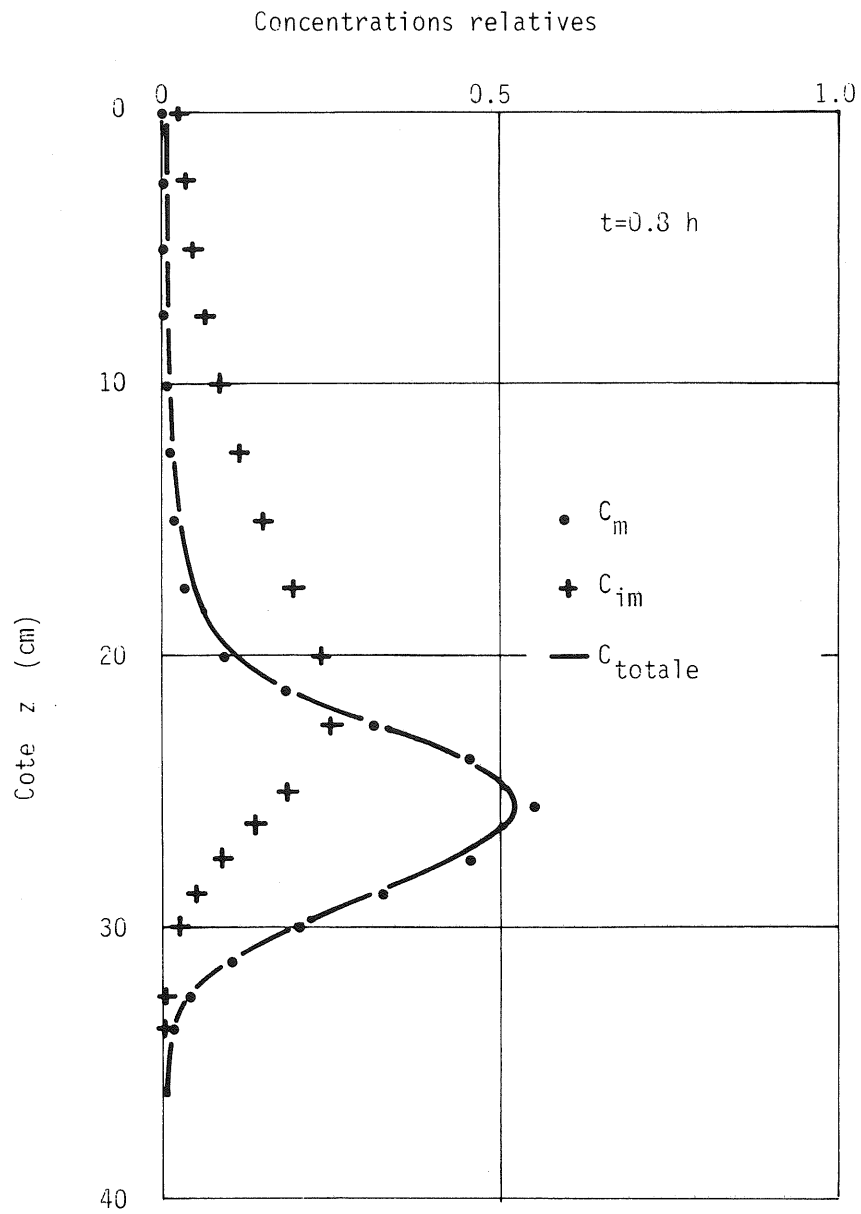


Figure VII-11

La prise en compte d'une fraction immobile variant avec la teneur en eau donne une réponse cohérente à ce problème.

On peut voir figure VII-12 une explication de ce qu'il advient de l'eau initialement présente dans le sol. Cette figure présente les profils de teneurs en eau immobile et totale à un temps donné. La teneur en eau immobile varie continuellement de la valeur initiale (par exemple à 50 cm sur la figure VII-12) à la valeur correspondante à la teneur en eau constante atteinte lors de l'infiltration (à la cote $z = 5$ cm).

Si la teneur en eau initiale est la teneur en eau résiduelle, on constate une mise en mouvement progressive de l'eau initialement présente dans le sol et (immobile par définition dans ce cas) par le front d'humidité.

Cette interprétation est compatible avec les deux constatations expérimentales :

- pas de variation de la pression de l'eau du sol avant le passage du front d'humidité car il n'est pas fait appel à l'hypothèse d'effet piston.
- séparation des fronts d'humidité et de salinité, car il y a mélange entre eau initialement présente dans le sol et eau d'infiltration.

VII.3 - EXTENSION DES RESULTATS OBTENUS A UN SOL ARGILEUX

Il est bien évident que les paramètres obtenus (pour le sol sableux que nous avons utilisé) seront difficilement extrapolables à un autre sol (surtout pour les sols argileux).

La détermination directe des relations caractéristiques du problème hydrodynamique peut être faite assez rapidement.

Par contre l'identification des paramètres du problème du transfert de soluté nécessite à la fois :

- des expériences longues et délicates si on veut des données de bonne qualité
- une exploitation coûteuse des données.

Nous avons donc essayé d'utiliser les résultats obtenus, essentiellement dans le but de définir dans quelle direction il est nécessaire de travailler.

Pour cela nous avons extrapolé directement les résultats obtenus sur sable à un sol argileux. Ce sol est caractérisé par sa courbe granulométrique présentée figure VII-13.

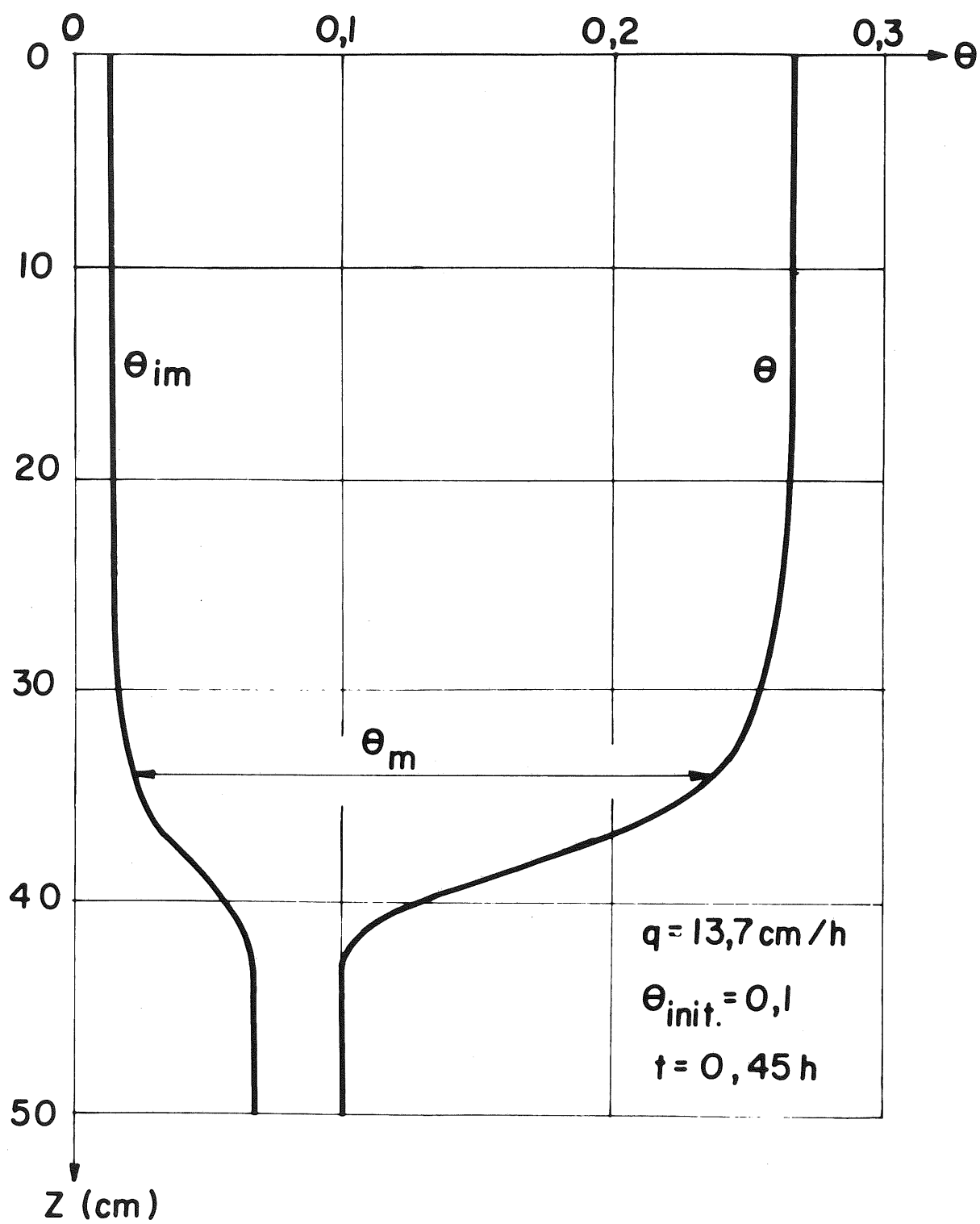


Figure VII-12

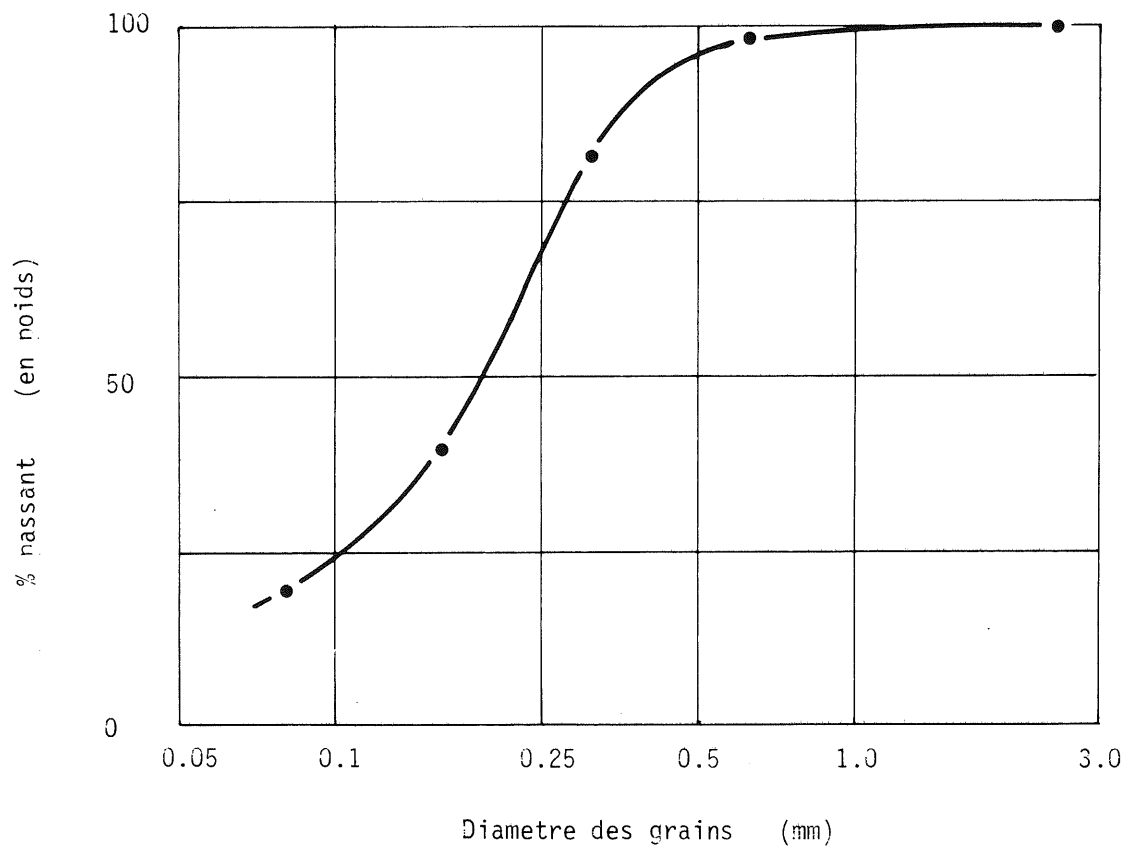


Figure VII-13 - Courbe granulometrique du sol argileux

Le dispositif expérimental ayant permis d'acquérir les données qui suivent est très différent de celui qui a été décrit au chapitre II. Une description sommaire du matériel expérimental et des expériences faites est donnée en Annexe II.

VII.3.1- Caractéristiques hydrodynamiques du sol argileux

La relation liant la conductivité hydraulique à la pression est la même que celle déjà utilisée avec des valeurs différentes des coefficients.

Soit donc :

$$K(h) = K_S \frac{A_k}{A_k + |h| B_k} \quad (\text{VII-3})$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } K_S &= 0.75 \quad \text{cm/h} \\ A_k &= 0.8227 \times 10^5 \quad \text{cm} \\ B_k &= 0.2996 \times 10^1 \quad \text{cm} \end{aligned}$$

De même la relation liant la teneur en eau et la pression de l'eau du sol est :

$$\theta(h) = (\theta_s - \theta_r) \frac{A_t}{A_t + |h| B_t} + \theta_r \quad (\text{VII-4})$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } \theta_s &= 0.459 \quad \text{cm}^3/\text{cm}^3 \\ \theta_r &= 0.239 \quad \text{cm}^3/\text{cm}^3 \\ A_t &= 0.2269 \times 10^5 \quad \text{cm} \\ B_t &= 0.2329 \times 10^1 \end{aligned}$$

VII.3.2- Caractéristiques du transfert de soluté

D'après les travaux faits sur sol sableux, et en considérant qu'une fraction de l'eau est immobile, il y a un paramètre α et deux relations $D_m(\theta, q)$ et $\theta_m(\theta)$ à déterminer.

VII.3.2.1. Paramètre α

Le coefficient d'échange α , qui devient important avec l'accroissement des temps de séjour est difficilement appréhendable par mesure directe. On peut néanmoins essayer d'encadrer sa valeur par des considérations physiques.

L'échange de soluté entre eau mobile et eau immobile a lieu par diffusion moléculaire. On considère alors deux modèles simplifiés. Le premier permet un échange très facile par une grande surface de contact entre eau mobile et eau stagnante. La figure VII-14-a présente ce modèle schématisé. Le second modèle présenté figure VII-14-b, représente au contraire un échange plus lent, dû à la faible surface de contact entre les deux fractions d'eau.

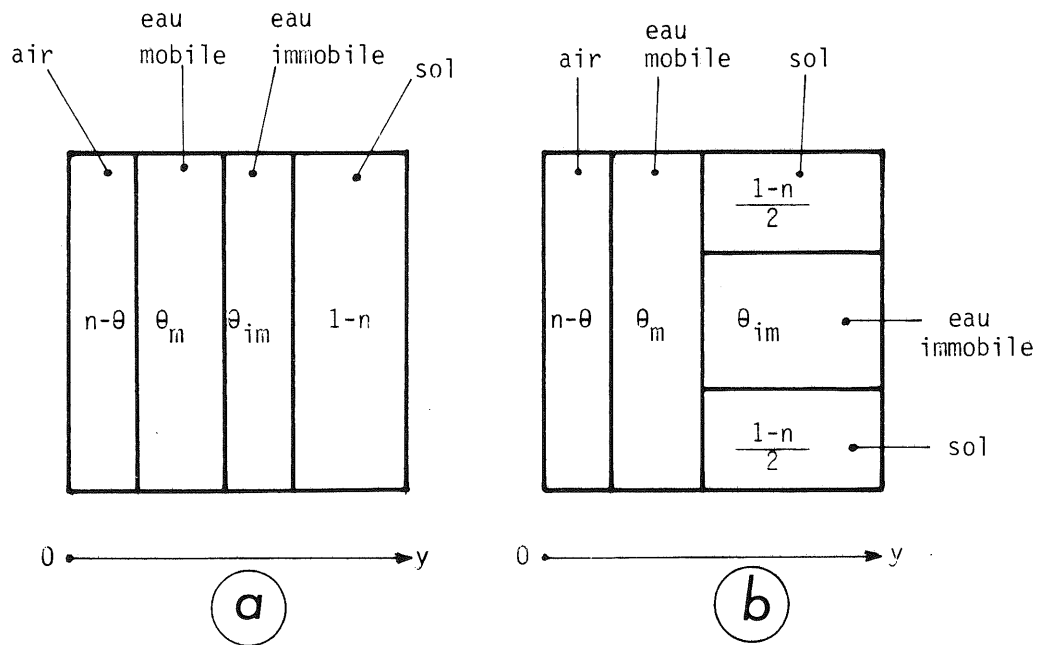


Figure VII-14

Modèle a : L'échange est décrit par :

$$\theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = \alpha (C_m - C_{im}) \quad (\text{VII-5})$$

La densité de flux de masse de soluté par unité de surface et par unité de temps dû à la diffusion moléculaire est donnée par la loi de FICK, soit :

$$J^* = - D_o \frac{\partial C}{\partial y} \quad (\text{VII-6})$$

Dans l'unité de temps il est donc entré dans la fraction immobile :

$$\Delta M = - D_o \times S_c \times \frac{\partial C}{\partial y} \quad (\text{VII-7})$$

où S_c est la surface de contact eau mobile - eau stagnante.

Dans le présent cas de figure, pour un élément de volume de côté a , S_c vaut a^2 .

La masse de sel entrée dans la fraction immobile est, pendant l'unité de temps, aussi égale à :

$$\Delta M = a^3 \theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} \quad (\text{VII-8})$$

soit encore d'après (VII-5) :

$$\Delta M = a^3 \alpha (C_m - C_{im}) \quad (\text{VII-9})$$

Si on prend les valeurs moyennes des concentrations de chaque côté de la surface d'échange, on peut écrire :

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_{im} - C_m}{\Delta y} \quad (\text{VII-10})$$

avec dans ce cas de figure :

$$\Delta y = a \theta_{im} / 2 \quad (\text{VII-11})$$

Des relations précédentes on tire finalement

$$\alpha = \frac{2 D_o}{a^2 \theta_{im}} \quad (\text{VII-12})$$

Modèle b : Le même calcul que le précédent peut être fait en prenant cette fois :

$$S_c = \frac{\theta_{im}}{1 - n + \theta_{im}} \times a^2 \quad (\text{VII-13})$$

et

$$\Delta y = a(1 - n + \theta_{im}) / 2 \quad (\text{VII-14})$$

Il vient alors :

$$\alpha = \frac{2 D_o \theta_{im}}{a^2 (1 - n + \theta_{im})^2} \quad (\text{VII-15})$$

En faisant le calcul pour un élément de volume de côté unitaire ($a=1$) on peut encadrer la valeur de α selon

$$\frac{2 D_o \theta_{im}}{(1-n+\theta_{im})^2} \leq \alpha \leq \frac{2 D_o}{\theta_{im}} \quad (\text{VII-16})$$

La figure VII-15 présente les résultats pratiques obtenus à partir de la relation (VII-16) appliquée aux deux sols que nous avons utilisés. La teneur en eau immobile varie (pour chaque sol) entre 0 et θ_r .

La valeur trouvée par ajustement pour un sable se trouve dans la fourchette d'encadrement ainsi définie. On peut également voir figure VII-15 que cette valeur peut convenir à un sol argileux.

Ainsi nous prendrons $\alpha = 0.07 h^{-1}$ pour les calculs qui vont suivre.

VII.3.2.2. Relation caractéristique $D_m(\theta, g)$

Le coefficient de dispersion D_m étant le paramètre le moins influent il a été choisi d'utiliser simplement la relation V-26 qui décrit une courbe moyenne dans les résultats compilés par PFANNKUCH.

VII.3.2.3. Relation caractéristique $\theta_m(\theta)$

La fraction mobile de l'eau est le paramètre le plus important du modèle mathématique proposé, surtout pour les teneurs en eau plus faibles que la teneur en eau de saturation naturelle.

Dans un premier calcul on a pris une relation linéaire entre θ_m et θ en considérant que toute l'eau est immobile quand $\theta = \theta_r$ et que 96% de l'eau est mobile à saturation naturelle. Cette relation représentée en trait plein sur la figure VII-16 est inspirée des résultats qui ont été obtenus avec un sol sableux.

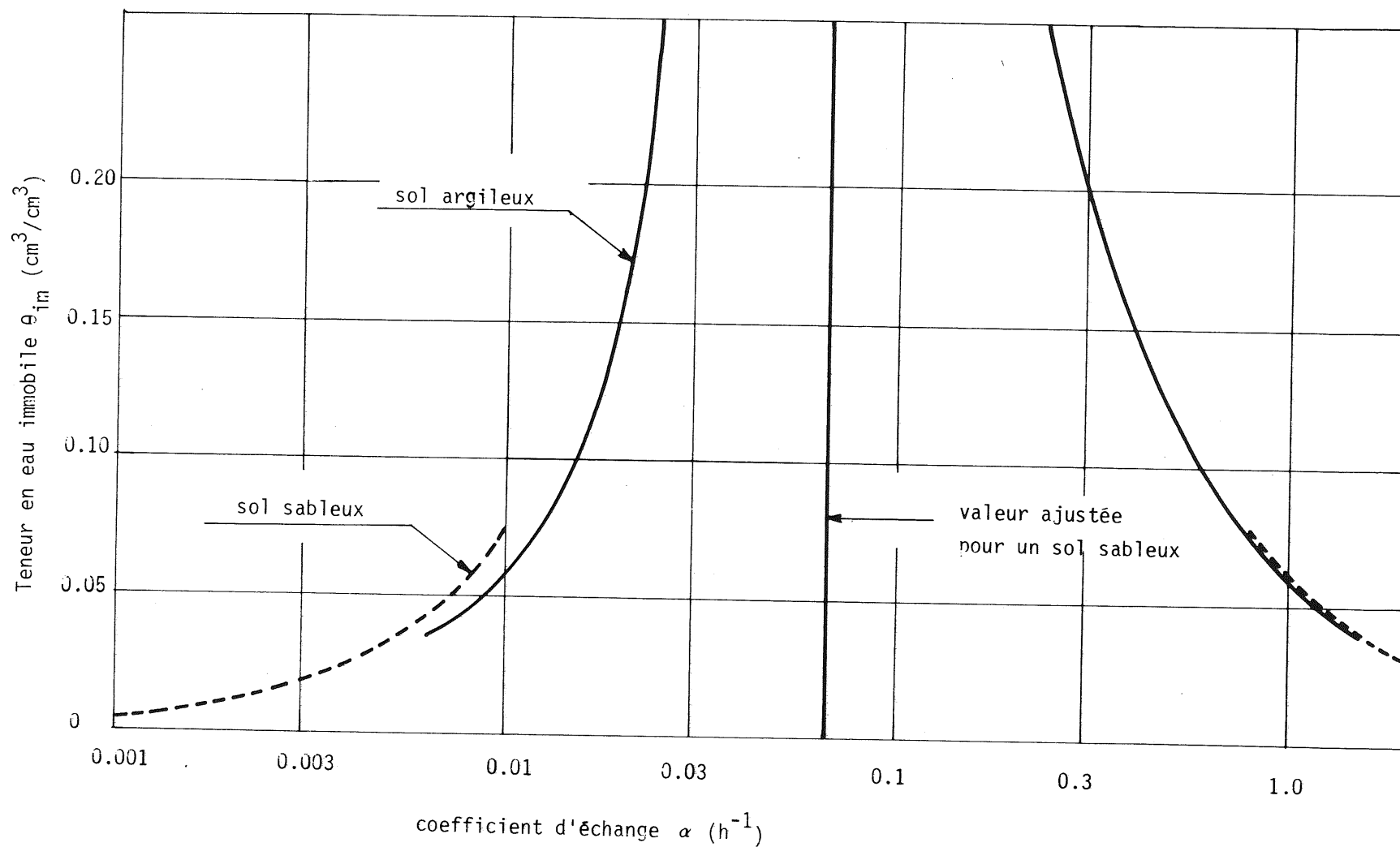


Figure VII-15

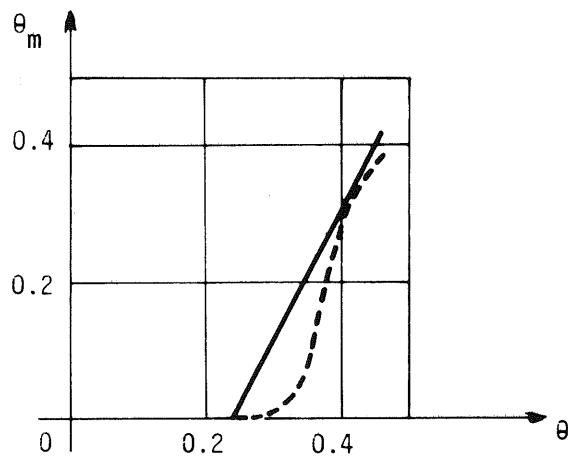


Figure VII-16

VII.3.3- Comparaison entre résultats expérimentaux et calculés

La comparaison est faite pour une infiltration à débit constant d'eau salée dans un sol drainé et contenant initialement de l'eau pure.

Les conditions initiales s'écrivent :

- pour l'écoulement d'eau
 $\theta(z,0) = 0.334 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$
- pour le transfert de soluté
 $C_m(z,0) = 0 \text{ g/l}$
 $C_{im}(z,0) = 0 \text{ g/l}$

Les conditions aux limites sont :

- pour l'écoulement d'eau
 $q(0, t) = 0.6 \text{ cm/h}$
 $q(\infty, t) = 0 \text{ cm/h}$
- pour le transfert de soluté
 $C_m(0^-, t) / C_o = 1$
 $C_m(\infty, t) / C_o = 0$

Les résultats correspondant à cet essai pour le temps $t = 1,9$ h sont présentés figure VII-17.

Les traits continus représentent les profils expérimentaux.

Pour les profils hydriques, les teneurs en eau calculées sont portées en traits discontinus.

Pour les profils de concentration, les traits discontinus représentent les valeurs calculées avec la relation $\theta_m(\theta)$ linéaire.

Les teneurs en eau calculées représentent très correctement les valeurs expérimentales.

En ce qui concerne les concentrations, le calcul montre qu'une relation $\theta_m(\theta)$ linéaire ne donne pas entière satisfaction, et en conséquence, une autre loi de variation a été essayée. Compte tenu de la forme du profil de concentrations, étiré entre 3 et 18 cm avec de faibles valeurs de concentrations, il est permis de penser que la fraction mobile dans cette zone est beaucoup plus faible que celle donnée par une loi linéaire. Une loi de la forme :

$$\theta_m = \frac{a_1}{a_2 + \theta^b} \quad (\text{VII-17})$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } a_1 &= 0.4 a_2 \\ a_2 &= 0.1934 \cdot 10^8 \\ b &= - 0.1742 \cdot 10^2 \end{aligned}$$

a été utilisée. Cette relation $\theta_m(\theta)$ est représentée en trait discontinu sur la figure VII-16.

Les résultats correspondants à cette relation sont portés en trait pointillé sur la figure VII-17. L'accord entre résultats expérimentaux et calcul est bien meilleur avec cette relation qu'avec la loi linéaire.

A partir de ce résultat, on peut donc dire qu'il sera nécessaire de travailler essentiellement sur la variation de teneur en eau mobile en fonction de la teneur en eau totale pour différents types de sol.

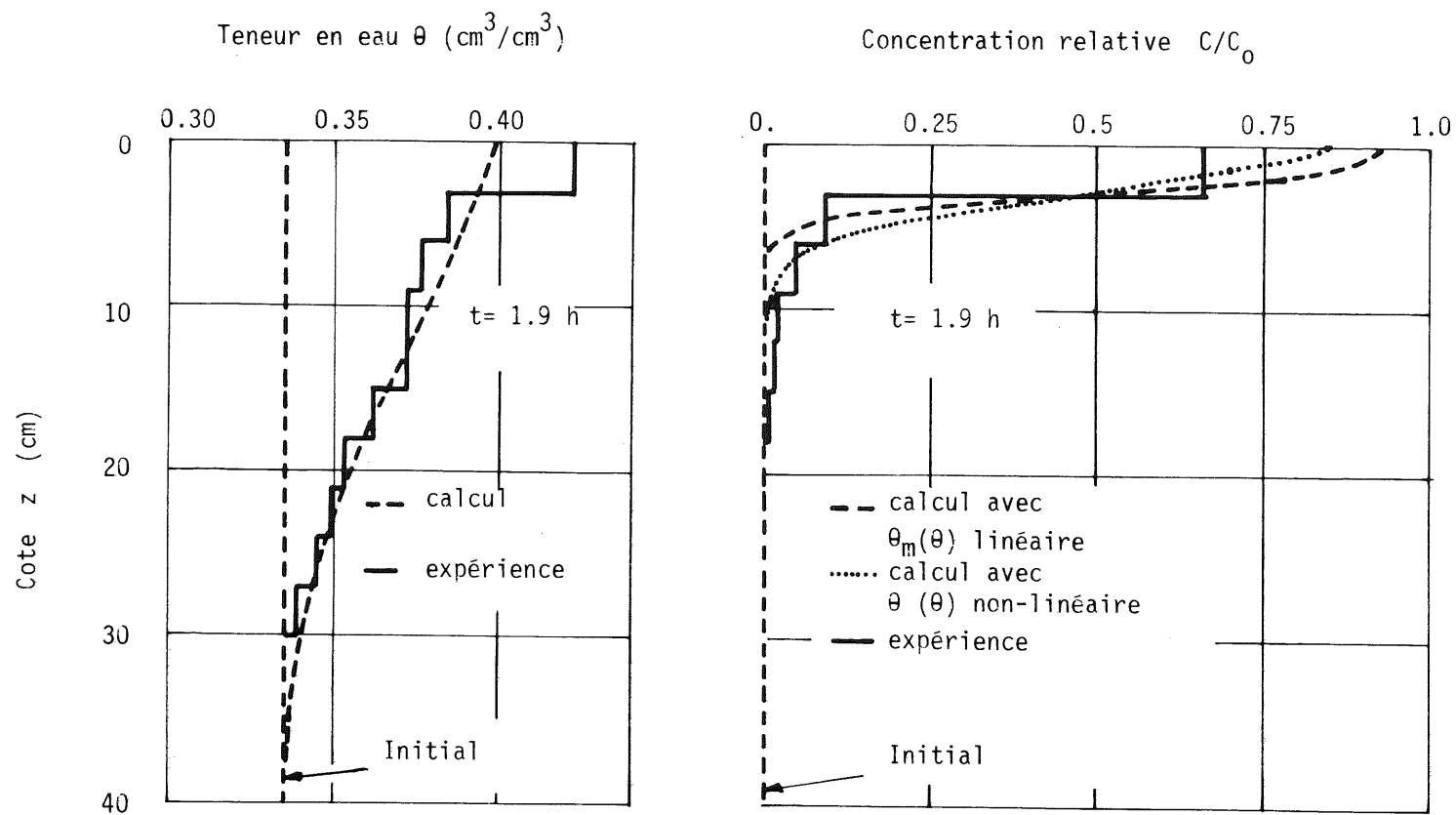


Figure VII-17

VII.4 - PROBLEMES POSES PAR L'EXTENSION AU TERRAIN DU MODELE UTILISE

L'utilisation du modèle mathématique aux conditions de terrain est d'abord lié à la validité des hypothèses émises. On devra en particulier vérifier que les potentiels thermiques ou osmotiques sont négligeables.

Dès lors que les hypothèses sur lesquelles est basé le modèle sont vérifiées, il est possible de l'utiliser si l'on connaît les relations caractéristiques nécessaires à son fonctionnement.

La détermination pratique des caractéristiques du sol fait ressortir un certain nombre de difficultés importantes, notamment :

- La qualité des mesures faites sur le terrain est très inférieure à celles faites en laboratoire.
- Dans la grande majorité des cas, les terrains sont stratifiés, ce qui impose de définir les caractéristiques couche par couche.
- Les terrains ne sont pas homogènes horizontalement et il est très difficile actuellement de prendre en compte la variabilité spatiale des caractéristiques.
- Dans la nature, les conditions aux limites ne sont pas contrôlables comme en laboratoire et ainsi on devra tenir compte des infiltrations (pluies, irrigations) suivies de redistribution d'eau dans la zone non-saturée. Il se pose alors le problème de l'hystérésis (THONY 1970) que l'on se devra de préciser sur les sols en place.

VII.5 - CONCLUSIONS

En régime d'écoulement d'eau permanent, il est possible d'avoir une description globale du transfert de soluté en ignorant les stratifications ou les variations locales de teneurs en eau, et en considérant un milieu homogène équivalent. Par contre, dès que l'on veut connaître la répartition spatiale du soluté (engrais dans la zone racinaire), il est absolument nécessaire de prendre en compte les profils de teneurs en eau.

Ces conclusions ne peuvent absolument pas être étendues aux écoulements d'eau transitoire dans des sols stratifiés. Un complément de calcul est donc nécessaire dans cette direction.

En ce qui concerne les infiltrations d'eau, les caractéristiques hydrodynamiques et dispersives du sol, déterminées indépendamment des expériences simulées dans ce chapitre, ont permis, avec l'utilisation du modèle mathématique, de reproduire très correctement la réalité physique.

En régime transitoire d'écoulement d'eau, il a été montré, comme en régime permanent, qu'une fraction d'eau immobile doit être prise en compte.

L'étude du transfert de soluté a permis de préciser la structure de l'écoulement de l'eau dans un sol non-saturé :

- L'eau ne s'écoule pas en bloc avec une même vitesse moyenne, mais selon une distribution de vitesse qui dépend fortement de la teneur en eau.
- Lors d'une infiltration, l'eau initialement présente dans le sol est progressivement réactivée par le passage du front d'humidité.

CONCLUSION

Nous avons essentiellement montré dans ce mémoire que le schéma classique de dispersion-convection ne s'appliquait plus dès lors que de l'air est présent dans une matrice poreuse, et qu'il était particulièrement intéressant dans ce cas de prendre en compte la présence d'eau bloquée dans les pores, avec échange de matière avec la partie convective. Cela nous a conduit à un modèle de transfert de soluté à trois paramètres (il n'y en a qu'un seul dans le cas du modèle dispersion-convection).

Nous avons tenté d'étendre les résultats obtenus pour un sol sableux au cas d'un sol argileux. Le modèle à trois paramètres s'applique également bien à ce cas, et il ressort qu'un effort important doit être fait pour déterminer, pour des sols différents, la loi de variation de la fraction mobile en fonction de la teneur en eau.

Dans l'optique d'une application au terrain, les résultats présentés dans ce mémoire ne sont que partiels, mais ils constituent une base qu'il était nécessaire d'acquérir. La mise au point d'une méthode de mesure "in-situ" et le chiffrage des paramètres a permis de mettre en évidence l'importance de la création de zones d'eau stagnante sur les transferts. La résolution du modèle mathématique proposé et la comparaison calcul-expérience montrent que les hypothèses formulées et l'analyse qui a été faite des phénomènes physiques sont tout à fait satisfaisantes, dans les conditions de travail où se situe cette étude.

L'extension au terrain nécessite de préciser plusieurs points importants. Les terrains naturels présentent presque toujours une stratification horizontale qui doit être prise en compte, notamment par la caractérisation hydrodynamique et dispersive de chaque couche de sol. Une première approche de ce problème, par le calcul, a été tentée dans le cas très simple où l'écoulement de l'eau est permanent. Il est

intéressant de noter que, dans ce cas, un sol stratifié peut être décrit par un milieu homogène équivalent.

Un sol placé dans des conditions naturelles est soumis à l'évaporation, et dans la description des transferts d'eau, ce point doit être inclus. Pour cela, on devra connaître les propriétés thermiques du sol et les conditions climatiques imposées à la surface du sol.

Un problème très préoccupant s'impose actuellement : des teneurs en nitrates et nitrites très élevées apparaissent dans les nappes alluviales situées sous des cultures utilisant massivement les engrais. Pour prédire le transfert des nitrates dans la zone non-saturée des sols, on devra résoudre un nouveau problème : celui de la transformation (réactions chimiques ou bactériologiques) et de la fixation (ad. ou absorption sur les grains du sol) de la substance chimique considérée.

Enfin, les variations spatiales des caractéristiques du sol (concernant les transferts) sont telles que le passage de la description ponctuelle (sur une verticale) ne peut pas être étendue à une échelle supérieure. L'obtention de valeurs moyennes des caractéristiques du sol représentatives d'une grande surface pose actuellement le problème le plus délicat de la physique des sols.

Le traitement simultané de ces différents points ne pourra être réalisé que par une collaboration étroite entre des spécialistes des différentes disciplines concernées. Un effort dans ce sens est actuellement en cours de réalisation.

ANNEXE I

METHODE D'AJUSTEMENT "PATTERN SEARCH"

Le développement du schéma de recherche du minimum de la fonction SCD (§ V.2.2.3) est fait selon trois étapes principales : initialisation, développement et arrêt.

A-I-1 INITIALISATION DU SCHEMA

Dans l'espace des paramètres (qui sont les variables dans la recherche de l'optimum) la recherche du minimum de SCD commence en un point arbitraire. Ce point initial est fixé par le choix de la valeur des trois paramètres θ_m , D_m , α . Le point cherché (valeur des θ_m , D_m et α correspondant au minimum SCD) est inconnu et l'on devra trouver à partir du point initial la direction dans laquelle se trouve ce point. C'est l'initialisation du schéma.

Après avoir choisi des valeurs arbitraires des variables indépendantes x_i (dans notre cas $i = 1, 2, 3$), donnant le point de base B_1 , on choisit également un incrément d_i pour chaque variable. Après avoir calculé SCD (par différence entre valeurs expérimentales et valeurs calculées avec la solution analytique (V-15) dans notre cas) au point B_1 de coordonnées (x_1, x_2, x_3) , on calcule SCD au point T_{11} de coordonnées $(x_1 + d_1, x_2, x_3)$.

Si $SCD(T_{11}) < SCD(B_1)$ on prend comme point temporaire de base T_{11} , sinon on calcule SCD (T_{11}) où T_{11} a pour coordonnées $(x_1 - d_1, x_2, x_3)$. Si $SCD(T_{11}) < SCD(B_1)$ on prend comme point temporaire de base T_{11} , sinon on garde B_1 comme point de base.

En écrivant sous forme vectorielle \vec{D}_1 est le vecteur de coordonnées $(d_1, 0, 0)$, \vec{D}_2 $(0, d_2, 0)$ et \vec{D}_3 $(0, 0, d_3)$ on peut résumer sous la forme :

$$\vec{T}_{11} = \begin{cases} \vec{B}_1 + \vec{D}_1 & \text{si } \text{SCD}(\vec{B}_1 + \vec{D}_1) < \text{SCD}(\vec{B}_1) \\ \vec{B}_1 - \vec{D}_1 & \text{si } \text{SCD}(\vec{B}_1 - \vec{D}_1) < \text{SCD}(\vec{B}_1) \ll \text{SCD}(\vec{B}_1 + \vec{D}_1) \\ \vec{B}_1 & \text{si } \text{SCD}(\vec{B}_1) \geq \max [\text{SCD}(\vec{B}_1 + \vec{D}_1), \text{SCD}(\vec{B}_1 - \vec{D}_1)] \end{cases} \quad (\text{V-19})$$

On étudie ensuite la perturbation apportée par la variation de x_2 seul, autour du point de base temporaire T_{11} , ce qui donne le nouveau point T_{12} . Puis on recommence pour la perturbation due à x_3 seul autour de T_{12} ce qui se résume par ($j = 2, 3$) :

$$\vec{T}_{1j} = \begin{cases} \vec{T}_{1,j-1} + \vec{D}_j & \text{si } \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1} + \vec{D}_j) < \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1}) \\ \vec{T}_{1,j-1} - \vec{D}_j & \text{si } \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1} - \vec{D}_j) < \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1}) \ll \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1} + \vec{D}_j) \\ \vec{T}_{1,j-1} & \text{si } \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1}) \geq \max [\text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1} + \vec{D}_j), \text{SCD}(\vec{T}_{1,j-1} - \vec{D}_j)] \end{cases} \quad (\text{V-20})$$

Cette expression couvre $j = 1, 2, 3$ si on adopte la convention que $\vec{T}_{10} \equiv \vec{B}_1$

Cette initialisation du calcul est représentée graphiquement figure A-I-1, pour le cas bidimensionnel ($j=2$). Sur chaque courbe en trait fin de la figure A-I-1, la fonction SCD a une valeur constante, décroissante de la courbe a, à la courbe f. Dans ce cas de figure $\vec{T}_{12} = \vec{B}_1 + \vec{D}_1 + \vec{D}_2$.

A-I-2 DEVELOPPEMENT DU SCHEMA

Les méthodes de recherche directe de l'optimum, sont d'autant plus performantes que le chemin parcouru entre le point initial et le point final cherché est plus court. D'autre part, les temps de calcul sont d'autant plus réduits que le nombre de points où l'on effectue les calculs sur ce chemin est plus faible.

Dans ce double but on double immédiatement la distance $B_1 - B_2$ (où B_2 est identique à T_{12}), pour obtenir le point T_{20} donné par la relation vectorielle :

$$\vec{T}_{20} = \vec{B}_1 + 2(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 2\vec{B}_2 - \vec{B}_1 \quad (\text{V-21})$$

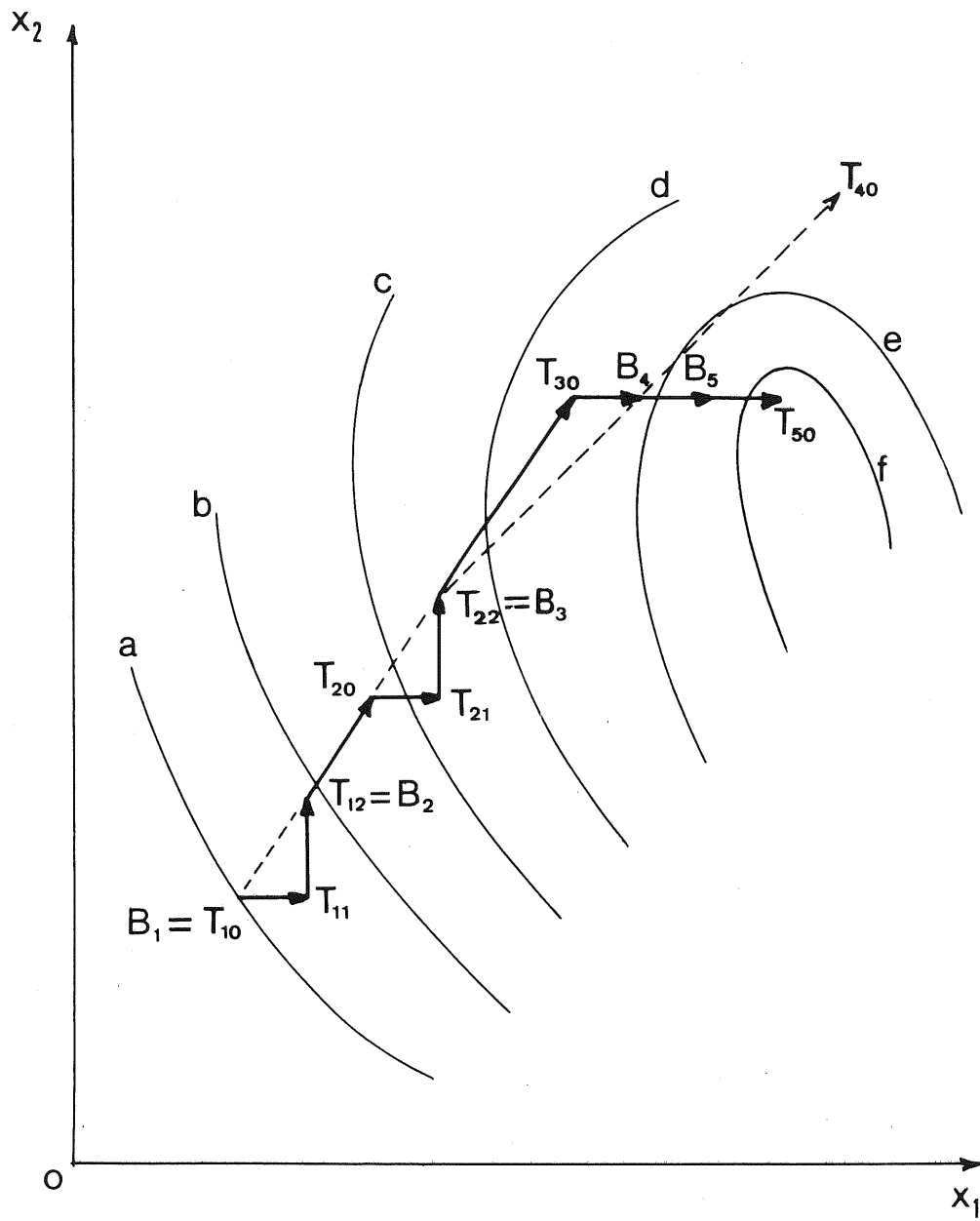


Figure A.I.1

Si $SCD(T_{20}) \geq SCD(B_2)$ on répète l'étude de la perturbation locale due aux paramètres autour du point B_2 , exactement comme autour du point B_1 .

Si $SCD(T_{20}) < SCD(B_2)$, on fait l'étude de la perturbation locale autour de T_{20} due à l'accroissement des paramètres comme résumée en (V-20) en remplaçant l'indice 1 par l'indice 2.

Dans le cas de la figure A-I-1 autour du point T_{20} les accroissements sont : $+d_1$ et $+d_2$, ce qui donne un nouveau point $B_3 = T_{22}$.

On double alors la distance B_2-B_3 de manière à obtenir le point T_{30} , autour duquel on trouve les accroissements : $+d_1$ et 0. Ces accroissements fournissent le point B_4 et on double la distance B_3-B_4 pour obtenir le point T_{40} .

Le test sur SCD montre que :

$$SCD(T_{40}) > SCD(B_4)$$

On réinitialise alors le schéma autour du point B_4 , comme au départ du calcul pour le point B_1 , puis on développe à nouveau le schéma.

Le chemin entre B_1 et T_{50} est schématisé figure A-I-1 par les flèches en trait plein.

On peut donc s'apercevoir graphiquement que la recherche s'effectue très près de la ligne de plus grande pente, donc selon le chemin le plus court, lorsque le nombre de paramètres est supérieur à deux. De plus lorsque la ligne de plus grande pente n'est pas trop incurvée le nombre de points nécessaires à la recherche de l'optimum est considérablement réduit en doublant les distances entre les points B_i et B_{i+1} .

A-I-3 ARRET DE LA RECHERCHE DE L'OPTIMUM

La recherche s'arrête lorsqu'autour d'un point l'étude de la perturbation donne un accroissement nul dans toutes les directions. On peut alors affiner la recherche dans le voisinage de ce point en diminuant d_i jusqu'à la valeur que l'on désire et en recommençant tout le schéma de recherche avec cette nouvelle valeur de d_i .

Le critère d'arrêt n'est pas une valeur donnée des moindres carrés (que l'on ne connaît jamais a priori), mais un certain accroissement choisi des paramètres.

A-I-4 PROBLEME DES MINIMA LOCAUX

Il est possible de rencontrer, dans certains problèmes, plusieurs minima locaux pour SCD dans l'espace des paramètres. Dans ce cas on peut trouver l'un ou l'autre de ces minima par la technique de recherche, selon le point de départ que l'on choisi pour le calcul.

Ceci pose le problème de l'unicité de la solution proposée. La présence de plusieurs minima ne dépend pas de la méthode d'optimisation choisie, mais du problème que l'on étudie.

Nous avons, dans le cadre de notre problème, fait le test suivant :

- On choisit un groupe de paramètres correspondant à des valeurs physiques plausibles et on calcule la variation de concentration correspondante
- On injecte au programme d'ajustement ces valeurs calculées comme s'il s'agissait de données expérimentales
- On donne trois points initiaux situés dans des directions différentes autour du point correspondant à la solution.

Ce test permet de vérifier que :

- l'on retrouve bien les valeurs des paramètres correspondant à la solution injectée (donc que le programme fonctionne correctement)
- la position du point initial dans l'espace des paramètres n'influe pas sur la solution et conduit à une solution unique (donc pas de minima multiples).

ANNEXE IIESSAIS SUR SOL ARGILEUX

Les techniques de mesures développées au chapitre II ne sont pas directement applicables à un sol argileux, car ce type de sol gonfle lorsqu'il est humidifié. Dans ce cas, l'hypothèse de matrice rigide indéformable n'est plus vérifiée. Il est alors impossible d'utiliser la technique gammamétrie avec une seule source radioactive, le coefficient d'absorption du sol $\bar{\mu}_s$ n'étant plus constant. De plus, le volume de sol compris dans une sonde résistive varie et il n'est plus possible d'obtenir les courbes d'étalonnage $C = f(\theta, R)$.

En conséquence, il a été choisi, avant de développer une méthode très sophistiquée, d'utiliser une technique classique. Cette technique repose sur l'utilisation d'une colonne cylindrique démontable (de diamètre intérieur 12 cm), composée d'anneaux superposés (d'épaisseur 3 cm). Lorsque l'on veut connaître la répartition spatiale des teneurs en eau et des concentrations en soluté de l'eau du sol, on découpe la colonne en tranches (entre les anneaux). Cette technique destructive permet d'acquérir :

- les teneurs en eau pondérales w par pesée avant et après passage à l'étuve, puis les teneurs en eau volumiques à partir de la connaissance de w et du volume de l'échantillon (tranche de colonne)
- les concentrations de l'eau du sol en extrayant pour analyse l'eau des tranches de sol qui n'ont pas été utilisées pour la détermination de la teneur en eau.

Cette méthode de mesure permet d'obtenir des résultats fiables avec un matériel sommaire, mais nécessite des temps d'essai très longs. En effet, pour chaque profil obtenu, le sol étant détruit, il faut reconstituer complètement la colonne de sol (avec une même densité de sol sec).

Une description détaillée du matériel et des précautions à prendre a été donnée par DORMAGEN (1977).

La détermination des courbes caractéristiques $h(\theta)$ et $K(\theta)$ tient compte de la technique de mesure utilisée.

A-II-1 Détermination de la courbe caractéristique $K(\theta)$

La plupart des points de cette courbe ont été déterminés de la manière suivante :

Dans une infiltration verticale à flux constant, derrière le front d'humidification, le terme $\frac{\partial h}{\partial z}$ dans l'équation :

$$q = - K(\theta) \left[\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right]$$

tend rapidement vers zéro. Cette équation s'écrit alors (dans la zone où la teneur en eau a atteint une valeur constante :

$$q = K(\theta)$$

On impose donc à la surface de la colonne un flux q . La teneur en eau dans la colonne va tendre vers une valeur θ correspondant à ce flux q . La valeur de la teneur en eau θ sera déterminée après découpage de la colonne.

Cette méthode étant assez longue, deux points de la courbe ont été déterminés à l'aide d'une méthode utilisée par AHUYA (1975), c'est-à-dire en mesurant les quantités d'eau entrant et sortant de la colonne, déterminant ainsi une valeur moyenne de la teneur en eau. Cette méthode, bien que moins précise a donné des résultats corrects dans la mesure où les flux d'infiltration étaient assez faibles.

A-II-2 Détermination de la courbe caractéristique $h(\theta)$

Cette détermination demande un matériel particulier quoique classique. Celui qui sera utilisé est fourni par Soil Moisture. Il se compose d'un anneau de six centimètres de diamètre appliqué fortement sur une paroi poreuse et à l'intérieur duquel est placé l'échantillon de terre. Après saturation, avec de l'eau distillée désaérée, de l'échantillon et de la paroi poreuse, une dépression est appliquée par en dessous à l'aide d'une colonne d'eau dans un tube plastique souple de diamètre intérieur de un millimètre. Suivant la dépression appliquée (hauteur séparant la

paroi poreuse du bas du tube plastique) l'eau va s'écouler de l'échantillon et sera recueillie pour en mesurer le volume. Connaissant la teneur en eau finale de l'échantillon (par passage à l'étuve) nous pourrons déterminer la teneur en eau θ correspondant à chaque dépression h .

La courbe $h(\theta)$ ainsi obtenue correspond à un drainage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ADB-EL-AZIZ M.H., TAYLOR S.A. 1965 - Simultaneous flow of water and salt through unsaturated porous media : I. Rate equations.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. 29, p.141-143.
- ABRAMOVITZ M. and STEGUN I.A. 1970 - Handbook of mathematical functions.
Dover Publ., New-York.
- AHUYA L.R., EL SWAIFY S.A. 1975 - Determining both water characteristics and hydraulic conductivity of a soil core at high water contents from a transient flow experiment.
Soil Science - Vol.121, p.198-204.
- BEAR J. 1961 - On the tensor form of dispersion in porous media.
J. of Geophysical Research - Vol.66, p.1185-1197.
- BEAR J. 1970 - Two-liquid flows in porous media. Advances in hydrosience.
Vol.6, p.142-249.
- BIGGAR J.W. , NIELSEN D.R. 1962 - A some comments on molecular diffusion and hydrodynamic dispersion in porous media.
J. of Geophysical Research - Vol.67 , p.3636-3637.
- BIGGAR J.W., NIELSEN D.R. 1967 - Miscible displacement and leaching phenomenon.
Irrigation and Agric. Lands Am. Soc. Agr. n°11, p.254-274.
- BIGGAR J.W., NIELSEN D.R. 1976 - Spatial variability of the characteristics of a field soil.
Water Resources Research, Vol.12 , P.78-84.
- BOAST C.W. 1973 - Modeling the movement of chemicals in soil by water
Soil Science , Vol.115, n°3 , p.224-230.

- BOLT G.H., MILLER R.D. 1958 - Calculation of total and component potentials of water in soil.
Trans. Am. Geoph. Union - Vol.39 n°5, p.917-928.
- BOLT G.H., GROENEVELT P.H. 1972 - Coupling between transport processes in porous media.
Proc. 2nd IARH-ISSS Symposium Guelph, p.630-652.
- BRENNER H., 1962 - The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values.
Chem. Eng. Sci. Vol.17, p.229-243.
- BRESLER E. 1973 - a - Simultaneous transport of solutes and water under transient unsaturated flow conditions.
Water resour. res. - Vol. 9, p.975-986.
- BRESLER E. 1973 - b - Anion exclusion and coupling effect in nonsteady transport through unsaturated soil : I. Theory.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. 37, p.663-669.
- BRISAUD F., COUCHAT Ph., ESCANDE C. 1976 - Une étude des propriétés dispersives d'un milieu aquifère, à l'échelle de l'échantillon.
Journal of Hydrology, Vol.30, p.113-126.
- CHAUDARI N.M. 1971 - An improved numerical technique of solving multidimensional miscible displacement equations.
Soc. Petrol. Eng. J. , Vol.11, p.277-284.
- COATS K.H., SMITH B.D. 1964 - Dead-end pore volume and dispersion in porous media.
Soc. Petrol. Eng. J., Vol.4, p.73-84.
- COREY A.T. , KEMPER W.D. 1961 - Concept of total potential in water and its limitation.
Soil Science, Vol.91, p.299-302.
- DAGAN G. 1966 - Some theoretical aspects of vertical miscible displacements with density gradients in unsaturated porous media.
Research sponsored by A.E.C. project n°401-25-07.

- DEANS H.A. 1963 - A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media.
Trans. A.I.M.E. - Vol.228 n°49.
- DORMAGEN P. 1977 - Etude expérimentale des transferts d'eau et de sel dans une colonne de sol argileux.
D.E.A. Université de Grenoble.
- FRIED J.J., COMBARNOUS M.A. 1971 - Dispersion in porous media.
Advances in hydroscience - Vol.6, p.142-249.
- FRIED J.J. 1972 - Etude théorique et méthodologique de la dispersion en milieu poreux naturel.
Thèse de Docteur ès-Sciences - Université de Bordeaux.
- GAUDET J.P. 1974 - Ecoulement transitoire d'eau et de sel dans la zone non saturée.
Thèse de Docteur de Spécialité, Université de Grenoble.
- GAUDET J.P., JEGAT H., DE SMEDT F., WIERENGA P., VACHAUD G. 1975 - Transfert d'un crêneau d'élution dans une colonne de sol non-saturée. Mesure et simulation.
C.R.A.S. Paris t.281, p.615-617.
- GAUDET J.P., JEGAT H., VACHAUD G. 1976 - Etude du mécanisme des transferts d'eau et de soluté en zone non-saturée avec prise en compte d'une fraction liquide immobile.
La Houille Blanche, n°3/4, p.243-251.
- GAUDET J.P., VACHAUD G. 1977 - Simulation de l'infiltration en régime transitoire d'eau et de soluté dans la zone non-saturée.
Colloque : Protection des eaux souterraines captées pour l'alimentation humaine, Orléans mars 1977.
- GAUDET J.P., JEGAT H., VACHAUD G., WIERENGA P. 1977 - Solute transfert, with exchange between mobile and stagnant water, through unsaturated sand.
Soil Sci. Soc. of Am. Journ. Vol.41 n°4.

- GHUMAN B.S., VERMA S.M., PRIHAR S.S. 1975 - Effect of application rate, initial soil wetness, and redistribution time on salt displacement by water. Soil Sci. Soc. of Am. Proc. Vol.39, p.7-10.
- GROENEVELT P.H., BOLT G.H. 1969 - Non-equilibrium thermodynamics of the soil water system. Journal of Hydrology - Vol.7, p.358-388.
- GUELIN P. 1970 - Thermodynamique des filtrations polyphasiques. 2ème Thèse Sciences Physiques, Université de Grenoble.
- HAVERKAMP R., VAUCLIN M., VACHAUD G. 1977 - Problèmes posés par la résolution d'une équation de diffusion non-linéaire : prédiction de l'infiltration en milieu partiellement saturé. Troisième congrès français de mécanique, Grenoble, Septembre 1977.
- HUSSENOT-DESENONGES C. 1972 - Mesure des fluctuations de surface libre. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- JEGAT H. 1975 - Etude expérimentale et simulation d'écoulement de fluides miscibles en milieux poreux non-saturés. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- KEMPER W.D., VAN-SCHAICK J.C. 1966 - Diffusion of salts in clay-water systems. Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol.30, p.534-540.
- KIRDA C., NIELSEN D.R., BIGGAR J.W. 1973 - Simultaneous transport of chloride and water during infiltration. Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol.37, p.339-345.
- KIRDA C., NIELSEN D.R., BIGGAR J.W. 1974 - The combined effects of infiltration and redistribution on leaching. Soil Science, Vol.117, p.323-330.
- KLOTZ D., MOSER H. 1974 - Hydrodynamic dispersion as aquifer characteristic. Model experiments by means of radioactive tracers. Symposium on Isotope Techniques, Vienne 1974, Communication IAEA-SM-182-42.

- KRUPP H.K., BIGGAR J.W., NIELSEN D.R. 1972 - Relative flow rates of salt and water in soil.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol.36 , p.412-417.
- LANTZ R.B. 1971 - Quantitative evaluation of numerical-diffusion (truncation error).
Soc. Petrol. Eng. J., Vol.11, p.315-320.
- LAPIDUS L., AMUNDSON N.R. 1952 - Mathematics of adsorption in beds.
J. Phys. Chem. Vol. 56, p.984-988.
- LETEY J., KEMPER W.D., NOONAN L. 1969 - a - The effect of osmotic pressure gradient on water movement in unsaturated soil.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. 33, p.15-18.
- LETEY J., KEMPER W.D. 1969 - b - Movement of water and salt through a clay-water system : Experimental verification of Onsager reciprocal relation.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol.33, p.25-29.
- LINDSTROM F.T., NARASIMHAN M.N.L. 1973 - Mathematical theory of a kinetic model for dispersion of previously distributed chemicals in a sorbing porous media.
S.I.A.M.J. Applied Math. , Vol.24, p.496-510.
- MARGAT J. 1977 - La gestion des eaux souterraines en France. Quantité et qualité.
B.R.G.M. Note technique 77/13.
- MOREL-SEYTOUX H.J. 1969 - Introduction to flow of immiscible liquids in porous media. Flow through porous media (Academic Press), p.455-516.
- NIELSEN D.R., BIGGAR J.W. 1962 - Miscible displacement : III Theoretical consideration.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol.26 , p.216-221.
- OGATA A. 1961 - Transverse diffusion in saturated isotropic granular media.
U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. 411-B.
- OGATA A., BANKS R.B. 1961 - A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media.
U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. 411-A.

- ORLOB G.T., RADHAKRISHNA G.N. 1958 - The effects of entrapped gases on the hydraulic characteristics of porous media.
American Geophysical Union - Vol. 39, p.648-659.
- PARLANGE J.Y., STARR J.L. 1977 - Comment on "Analytical solution of the equation for transport of reactive solutes through soils" by Selim H.M. and Mansell R.S.
Water Resources Research - In press.
- PASSIOURA J.B. 1971 - Hydrodynamic dispersion in aggregated media.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. III, p.339-344.
- PFANNKUCH H.O. 1962 - Contribution à l'étude des déplacements de fluides miscibles dans un milieu poreux.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Paris.
- PHILIP J.R. 1969 - Theory of infiltration.
Advances in hydrosience - Vol.5 , p.216-296.
- QAYYUM M.A., KEMPER W.D. 1961 - Salt concentration gradients in soils and their effects on moisture movement and evaporation.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. 93, p.333-342.
- REMSON I., HORNBERGER G.M., MOLZ F.J. 1971 - Numerical methods in subsurface hydrology.
John Wiley, New-York.
- ROSE D.A., PASSIOURA 1970 - The analysis of experiments on hydrodynamic dispersion.
Soil Sc. Soc. of Am. Proc. - Vol. III, p.252-257.
- SAFFMAN P.G. 1960 - Dispersion due to molecular diffusion and macroscopic mixing in flow through a network of capillaries.
Journal of Fluid Mech. - Vol.7, p.194-208.
- SAUTY J.P. 1977 - Contribution à l'identification des paramètres de dispersion dans les aquifères par interprétation des expériences de traçage.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- SELIM H.M., MANSELL R.S. 1976 - Analytical solution of the equation for transport of reactive solutes through soils.
Water Resources Research, Vol.12, n°3, p.528-532.

- SELIM H.M., MANSELL R.S., ELZFTAWY A. 1976 - Distributions of ^{241}Am and water in soil during infiltration and redistribution.
Soil Science, vol.121, p.176-183.
- SELIM H.M., DAVIDSON J.M., RAO P.C.S. 1977 - Transport of reactive solutes through multilayered soils.
Soil Sci. Soc. of Am. Journal , In press.
- SKOPP J., WARRICK A.W. 1974 - A two-phase model for the miscible displacement of reactive solutes in soils.
Soil Sci. Soc. of Am. Proc. , Vol. 38 n°4 , p.545-550.
- THONY J.L. 1970 - Etude expérimentale des phénomènes d'hystérésis dans les écoulements en milieux poreux non saturés.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- TOUMA J. 1975 - Simulation numérique de l'infiltration verticale en sol homogène et hétérogène.
D.E.A. Université de Grenoble.
- TRAN NGOG LAN, CHAIGNE P., PHILIPPE A. 1970 - Mesure des teneurs en eau des sols par les méthodes électriques. Etude d'une méthode capacitive.
Rapport de recherche n°5, Laboratoire central des Ponts et Chaussées.
- VACHAUD G. 1968 - Contribution à l'étude des problèmes d'écoulement en milieux poreux non saturés.
Thèse de Docteur-ès-Sciences physiques, Université de Grenoble.
- VACHAUD G., GAUDET J.P., KURAZ V. 1974 - Air and water during ponded infiltration in a vertical bounded column of soil.
Journal of hydrology - Vol.22, p.89-108.
- VAN-GENUCHTEN M.Th., WIERENGA P.J. 1976 - Mass transfert studies in sorbing porous media : I Analytical solutions.
Soil Sci. Soc. of Amer. Journal - Vol.40, p.473-480.
- VAN-GENUCHTEN M.Th., WIERENGA P.J. 1977 - Mass transfert studies in sorbing porous media : II- Experimental evaluation with tritium ($^3\text{H}_2\text{O}$).
Soil Sci. Soc. of Amer. Journal - Vol.41, p.272-278.

- VAN-GENUCHTEN M.Th., WIERENGA P.J., O'CONNOR G.A. 1977 - Mass transfert studies in sorbing porous media : III- Experimental evaluation with 2,4,5 T.
Soil Sci. Soc. of Amer. Journal - Vol.41, p.278-285.
- VAUCLIN M. 1971 - Effets dynamiques sur la relation succion-teneur en eau lors d'écoulements en milieu non saturé.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- VILLERMAUX J. 1972 - Analyse des processus chromatographiques linéaires à l'aide de modèles phénoménologiques.
Chemical Engineering Science, Vol.27, p.1231-1243.
- VILLERMAUX J. 1973 - Relations entre la forme des pics chromatographiques et les paramètres physiques et opératoires de la colonne.
Journal of chromatography, vol.83 , p.205-222.
- VILLERMAUX J. 1975 - Application des méthodes du génie chimique à la modélisation de l'écoulement avec transfert de matière dans un milieu poreux.
Colloque A.T.P. Hydrogéologie , Grenoble, Avril 1975.
- WARRICK A.W., NIELSEN D.R. 1961 - Miscible displacement in porous materials.
Journal of Soil Science - Vol.12, p.188-197.
- WARRICK A.W., BIGGAR J.W., NIELSEN D.R. 1971 - Simultaneous solute and water transfert of unsaturated soil.
Water resources research - Vol.7, p.1216-1225.
- WILDE D.J. 1964 - Optimum seeking methods.
Prentice Hall.
- WOOD A., DAVIDSON J.M. 1975 - Fluometuron and water content distributions during infiltration : Measured and calculated.
Soil Sci. Soc. of Am. Proc. - Vol.39 , p.820-825.
- ZILLIOX L. 1969 - Etude physique des écoulements de liquides miscibles.
Application à la pollution des eaux souterraines.
Thèse de Doctorat d'Etat, Faculté des Sciences de l'Université de Strasbourg.